SU PRUEBA DE PRÁCTICA

APLICACIONES E INTERPRETACIÓN

NIVEL SUPERIOR
PARA LAS MATEMÁTICAS DEL PD DEL IB

ANSWERS

Stephen Lee
Michael Cheung

- 4 Sets de Pruebas de Práctica
- Distribución de los Temas del Examen
- Análisis del Formato de Examen
- Lista Exhaustivas de Fórmulas

SE PRODUCTION LIMITED

Solución de Práctica de Prueba 1 de AI NS Set 1

1. (a) La velocidad media del balón

$= \frac{80+76+100+66+40+116+90+76}{8}$ (A1) por fórmula correcta

$= 80,5\ \text{kmh}^{-1}$ A1

[2]

(b) (i) $78\ \text{kmh}^{-1}$ A1

(ii) $21,3\ \text{kmh}^{-1}$ A1

(iii) $76\ \text{kmh}^{-1}$ A1

[3]

2. (a) $u_{10} = 181$

$\therefore 100 + (10-1)d = 181$ (A1) por ecuación correcta

$9d = 81$

$d = 9$ A1

[2]

(b) 208 A1

[1]

(c) El número total de asientos

$= \frac{15}{2}\left[2(100) + (15-1)(9)\right]$ (A1) por sustitución

$= 2445$ A1

[2]

3. (a) $\cos \mathrm{A\hat{B}C} = \dfrac{\mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 - \mathrm{AC}^2}{2(\mathrm{AB})(\mathrm{BC})}$ (M1) por regla del coseno

$\cos \mathrm{A\hat{B}C} = \dfrac{28^2 + 41^2 - 32^2}{2(28)(41)}$ (A1) por sustitución

$\cos \mathrm{A\hat{B}C} = 0{,}6276132404$

$\mathrm{A\hat{B}C} = 51{,}12574956^\circ$

$\mathrm{A\hat{B}C} = 51{,}1^\circ$ A1

[3]

(b) El área del parque

$= \dfrac{1}{2}(\mathrm{AB})(\mathrm{BC})\,\mathrm{sen}\,\mathrm{A\hat{B}C}$ (M1) por fórmula de área

$= \dfrac{1}{2}(28)(41)\,\mathrm{sen}\,51{,}12574956^\circ$ (A1) por sustitución

$= 446{,}873514\ \mathrm{m}^2$

$= 447\ \mathrm{m}^2$ A1

[3]

4. (a) (i) El gradiente de L

$= -1 \div \dfrac{5-1}{7-5}$ (M1) por enfoque válido

$= -1 \div 2$

$= -\dfrac{1}{2}$ A1

(ii) La ecuación de L:

$y - 4 = -\dfrac{1}{2}(x-4)$ (M1) por sustitución

$y = -\dfrac{1}{2}x + 6$ A1

[4]

(b) La oficina de Kimberly está en el límite que separa las celdas Voronoi del restaurante B y el restaurante C, que es equidistante a ellos. R1

[1]

5. (a) El valor esperado

$= (13)(0,25)$ (A1) por sustitución

$= 3,25$ A1

[2]

(b) La varianza

$= (13)(0,25)(1-0,25)$ (A1) por sustitución

$= 2,4375$ A1

[2]

(c) La probabilidad requerida

$= \binom{13}{8}(0,25)^8(1-0,25)^{13-8}$ (A1) por sustitución

$= 0,0046602041$

$= 0,00466$ A1

[2]

6. (a) (i) $y = 20 - 4x$ A1

(ii) $0 < x < 5$ A1

[2]

(b) $V = (4x)(2x)(20-4x)$ (M1) por enfoque válido

$V = 8x^2(20-4x)$

$V = 160x^2 - 32x^3$ A1

[2]

(c) Considerando el gráfico de $V = 160x^2 - 32x^3$, las coordenadas del punto máximo son $(3,3333342; 592,59259)$. (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el volumen máximo es 593 cm^3. A1

[2]

7. (a) Por TVM Solver:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{N}=120 \\ \mathrm{I\%}=3,3 \\ \mathrm{PV}=950000 \\ \mathrm{PMT}=? \\ \mathrm{FV}=0 \\ \mathrm{P/Y}=12 \\ \mathrm{C/Y}=12 \\ \mathrm{PMT:END} \end{array}}$$

(M1)(A1) por valores correctos

$\mathrm{PMT}=-9305,412721$

Por lo tanto, el monto del pago mensual es $9310\$$. A1

[3]

(b) El monto total a pagar

$=(9305,412721)(120)$ (M1) por enfoque válido

$=1116649,527\$$

$=1120000\$$ A1

[2]

(c) La cantidad de intereses pagados

$=1116649,527-950000$ (M1) por enfoque válido

$=166649,5265\$$

$=167000\$$ A1

[2]

8. (a) 150 A1

[1]

(b) 15 A1

[1]

(c) $y=a(x-(-5))(x-15)$ (A1) por enfoque correcto

$y=a(x+5)(x-15)$

$150=a(0+5)(0-15)$

$150=-75a$

$a=-2$ A1

$\therefore y=-2(x+5)(x-15)$

$y=-2(x^2-10x-75)$ (A1) por enfoque correcto

$y=-2x^2+20x+150$

$\therefore b=20$ A1

[4]

9. (a) (i) 420 g A1

(ii) 243 g A1

[2]

(b) (i) 1820 g A1

(ii) $40{,}2\text{ g}$ A1

[2]

(c) $Y \sim \mathrm{N}(1820, 1615)$

$\mathrm{P}(Y \geq 1770)$

$= 0{,}8932835503$ (A1) por valor correcto

$= 0{,}893$ A1

[2]

10. (a) $W = k\sqrt[3]{A}$, donde $k \neq 0$ (M1) por enfoque válido

$96 = k\sqrt[3]{512}$

$k = 12$

$\therefore W = 12\sqrt[3]{A}$ A1

[2]

(b) 125 cm^2 A1

[1]

(c) Estiramiento vertical con factor de escala 2 A1

seguido de traslación hacia arriba de 7

unidades. A1

[2]

11. (a) $X \sim \mathrm{Po}(\lambda)$

$\mathrm{P}(X = 25) = 0,0555460$

$\mathrm{P}(X = 25) - 0,0555460 = 0$ (A1) por enfoque correcto

Considerando la gráfica de

$y = \mathrm{P}(X = 25) - 0,0555460$, $\lambda = 21,000003$.

$\therefore \lambda = 21$ A1

[2]

(b) (i) $\mathrm{P}(X \geq 19)$

$= 1 - \mathrm{P}(X \leq 18)$ (M1) por enfoque válido

$= 1 - 0,301680304$

$= 0,698319696$

$= 0,698$ A1

(ii) $Y \sim \mathrm{Po}\left(\frac{21}{7}\right)$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(X = 1)$

$= 0,1493612051$

$= 0,149$ A1

(iii) La probabilidad requerida

$= 0,1493612051^4$ (M1) por enfoque válido

$= 0,0004976812006$

$= 0,000498$ A1

[6]

12. (a) Considerando la gráfica de $y = 8e^t \operatorname{sen} 3t$, (M1) por enfoque válido
la distancia máxima
$= 115{,}8163 \text{ cm}$
$= 116 \text{ cm}$ A1

[2]

(b) (i) Considerando la gráfica de $y = 8e^t \operatorname{sen} 3t$,
la partícula primero vuelve a O en
$1{,}0471976 \text{ s}$. (M1) por enfoque válido
Por lo tanto, el tiempo requerido es
$1{,}05 \text{ s}$. A1

(ii) $s'(t)$
$= (8e^t)(\operatorname{sen} 3t) + (8e^t)(3\cos 3t)$ (M1) por regla del producto
$= 8e^t(\operatorname{sen} 3t + 3\cos 3t)$ A1

(iii) $s''(1{,}0471976)$
$= -136{,}783 \text{ cms}^{-2}$
$= -137 \text{ cms}^{-2}$ A1

[5]

13. (a) (i) $H_0:\ \mu_d = 0$ A1

(ii) $H_1:\ \mu_d < 0$ A1

[2]

(b) El valor p
$= 0{,}1427954705$ (A1) por valor correcto
$= 0{,}143$ A1

[2]

(c) La hipótesis nula no se rechaza. A1
Pues valor $p > 0{,}05$. R1

[2]

14. (a) $h(x)=g(f(x))$ (M1) por función compuesta

$h(x)=2\,\text{sen}\left(\dfrac{f(x)}{3}\right)-6$ (A1) por sustitución

$h(x)=2\,\text{sen}\left(\dfrac{9x+1}{3}\right)-6$

$h(x)=2\,\text{sen}\left(3x+\dfrac{1}{3}\right)-6$ A1

[3]

(b) El periodo de h

$=2\pi\div 3$ (M1) por enfoque válido

$=\dfrac{2\pi}{3}$ A1

[2]

(c) $\{y:-8\le y\le -4\}$ A2

[2]

15. (a) (i) 1 A1

(ii) $\dfrac{5}{16}$ A1

[2]

(b) $f(x)=a\left(x-\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}\mathrm{i}\right)\right)\left(x-\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\mathrm{i}\right)\right)$ (M1) por enfoque válido

$f(x)=a\left(\begin{array}{l}x^2-\left(\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}\mathrm{i}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\mathrm{i}\right)\right)x\\+\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}\mathrm{i}\right)\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\mathrm{i}\right)\end{array}\right)$ (A1) por enfoque correcto

$f(x)=a\left(x^2-x+\dfrac{5}{16}\right)$ A1

[3]

(c) $\dfrac{5}{2}=a\left(1^2-1+\dfrac{5}{16}\right)$ (M1) por ecuación

$\dfrac{5}{2}=\dfrac{5}{16}a$

$a=8$ A1

[2]

16. (a) El valor requerido

$= V(11)$

$= \frac{1000000}{1+29e^{-2,175}}(11+15)$ (M1) por sustitución

$= 6054063,077\$$

$= 6050000\$$ A1

[2]

(b) $V(t) = 10000000$

$\frac{30000000}{1+29e^{-0,145t}} = 10000000$ (M1) por ecuación

$\frac{30000000}{1+29e^{-0,145t}} - 10000000 = 0$

Considerando la gráfica de

$y = \frac{30000000}{1+29e^{-0,145t}} - 10000000$, $t = 18,442404$.

$\therefore t = 18,4$ A1

[2]

(c) El valor del reloj de péndulo se acercará a $30000000\$$ después de un largo período de tiempo. R1

[1]

17. (a) (i) $y = e^{0,25x} - 1,25$

$y + 1,25 = e^{0,25x}$ M1

$\ln(y+1,25) = 0,25x$ A1

$x = 4\ln(y+1,25)$ AG

(ii) El área de R

$= \int_0^8 |4\ln(y+1,25)| \, \mathrm{d}y$ M1A1

$= 49,19535365$

$= 49,2$ A1

[5]

(b) El volumen del sólido

$= \int_0^8 \pi(4\ln(y+1,25))^2 \, \mathrm{d}y$ (A1) por enfoque correcto

$= 1061,499867$

$= 1060$ A1

[2]

18. (a) Un intervalo de confianza con un nivel de significación más pequeño tiene un intervalo más pequeño para media. R1

[1]

(b) $(31{,}1;\, 44{,}9)$ A1

[1]

(c) $13{,}8 = 2(2{,}575829303)\left(\dfrac{\sigma}{\sqrt{11}}\right)$ M1A1

$\sigma = 8{,}884405122$ (A1) for valor correcto

$\therefore \sigma^2 = 78{,}93265438$

$\sigma^2 = 78{,}9$ A1

[4]

Solución de Práctica de Prueba 2 de AI NS Set 1

1. (a) $3x + y - 10$

$= 3(3) + 1 - 10$ A1

$= 0$

Por lo tanto, P se encuentra en L_1. AG

[1]

(b) 10 A1

[1]

(c) (i) Las coordenadas de M

$= \left(\frac{3+11}{2}, \frac{1+(-3)}{2}\right)$ (A1) por sustitución

$= (7, -1)$ A1

(ii) El gradiente de PQ

$= \frac{-3-1}{11-3}$ (A1) por sustitución

$= -\frac{1}{2}$ A1

(iii) La distancia entre P y Q

$= \sqrt{(11-3)^2 + (-3-1)^2}$ (A1) por sustitución

$= 8{,}94427191$

$= 8{,}94$ A1

[6]

(d) El gradiente de L_1

$= -\frac{3}{1}$

$= -3$ A1

$\because -3 \times -\frac{1}{2}$ M1

$= \frac{3}{2}$

$\neq -1$

Por lo tanto, L_1 and L_2 no son perpendiculares. AG

[2]

(e) El gradiente de L_3

$= \frac{-1}{-3}$ M1

$= \frac{1}{3}$ A1

La ecuación de L_3:

$y - 1 = \frac{1}{3}(x - 3)$ A1

$3y - 3 = x - 3$ A1

$x - 3y = 0$ AG

[4]

(f) Las coordenadas de S son $(0, 0)$. (A1) por valor correcto

El área del triángulo PRS

$= \frac{(10-0)(3-0)}{2}$ (M1) por enfoque válido

$= 15$ A1

[3]

2.	(a)	(i)	$a = 14,02298851$		
			$a = 14,0$	A1	
			$b = -420,2413793$		
			$b = -420$	A1	
		(ii)	La frecuencia de pulso estimada		
			$= 14,02298851(37) - 420,2413793$	(A1) por sustitución	
			$= 98,60919557$ pulsaciones por minuto		
			$= 98,6$ pulsaciones por minuto	A1	
					[4]
	(b)	(i)	$r = 0,592701087$		
			$r = 0,593$	A1	
		(ii)	Moderada, positivo	A2	
					[3]
	(c)	(i)	H_0: El número de estudiantes en cada rango de frecuencia de pulso se distribuye uniformemente.	A1	
		(ii)	valor $p = 0,0166229271$	(A1) por valor correcto	
			valor $p = 0,0166$	A1	
		(iii)	La hipótesis nula se rechaza.	A1	
			Pues valor $p < 0,05$.	R1	
					[5]
	(d)	(i)	H_1: $\mu_A \neq \mu_B$	A1	
		(ii)	valor $p = 0,3065878383$	(A1) por valor correcto	
			valor $p = 0,307$	A1	
		(iii)	No se rechaza la hipótesis nula.	A1	
			Pues valor $p > 0,01$.	R1	
					[5]

3. (a) 2 A1

[1]

(b) $f(3) = \frac{4}{3}(3)^3 + 5(3)^2 - 6(3) + 2$ (M1) por sustitución

$f(3) = 65$ A1

[2]

(c) $f'(x) = \frac{4}{3}(3x^2) + 5(2x) - 6(1) + 0$ (A1) por derivadas correctas

$f'(x) = 4x^2 + 10x - 6$ A1

[2]

(d) $4x^2 + 10x - 6 = 0$

$2(x+3)(2x-1) = 0$ (M1) por enfoque válido

$x = -3$ o $x = \frac{1}{2}$ A2

[3]

(e) $y = 29$, $y = \frac{5}{12}$ A2

[2]

(f) (i) $\frac{5}{12} < w < 29$ A2

(ii) $w < \frac{5}{12}$ o $w > 29$ A2

[4]

(g) El gradiente de la tangente

$= f'(3)$

$= 4(3)^2 + 10(3) - 6$ (A1) por sustitución

$= 60$ A1

[2]

(h) La ecuación de la normal:

$y - 65 = \frac{-1}{60}(x-3)$ M1A1

$-60y + 3900 = x - 3$ A1

$x + 60y - 3903 = 0$ AG

[3]

4. (a) (i) 4 A1

(ii) 2 A1

(iii) 4 A1

[3]

(b) AB A1

[1]

(c) Por tres aristas cualesquiera correctas A1
Por todas las aristas correctas A1
1. Elegir AB de peso 10
2. Elegir BC de peso 15
3. Elegir AF de peso 18
4. Elegir BE de peso 18
5. Elegir CD de peso 20

Por lo tanto, el árbol generador minimal es aquel que contiene a AB, BC, AF, BE y CD. A1

[3]

(d) 81 A1

[1]

(e) Por cuatro aristas cualesquiera correctas A1
Por ocho aristas cualesquiera correctas A1
1. Elegir CD de peso 20
2. Elegir DE de peso 25
3. Elegir EF de peso 23
4. Elegir FA de peso 18
5. Elegir AB de peso 10
6. Elegir BC de peso 15
7. Elegir CE de peso 30
8. Elegir EB de peso 18
9. Elegir BF de peso 27
10. Elegir FB de peso 27
11. Elegir BC de peso 15

Por lo tanto, una posible ruta contiene CD, DE, EF, FA, AB, BC, CE, EB, BF, FB and BC. A1

[3]

(f) 228 A1

[1]

5. (a) (i) $\mathbf{M}^2$

$$=\begin{pmatrix}1 & 0,5\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0,5\\0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}$$ A2

(ii) $\mathbf{M}^3$

$$=\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0,5\\0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1 & 1,5\\0 & 1\end{pmatrix}$$ A2

(iii) $\mathbf{M}^{30}=\begin{pmatrix}1 & 15\\0 & 1\end{pmatrix}$ A1

[5]

(b) (i) $s(2)=\begin{pmatrix}2 & 1,5\\0 & 2\end{pmatrix}$ A1

(ii) $s(3)=\begin{pmatrix}3 & 3\\0 & 3\end{pmatrix}$ A1

(iii) $s(30)$

$$=\begin{pmatrix}1 & 0,5\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}+\cdots+\begin{pmatrix}1 & 15\\0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}30 & 0,5+1+\cdots+15\\0 & 30\end{pmatrix}$$ (M1) por enfoque válido

$$=\begin{pmatrix}30 & \frac{30}{2}(0,5+15)\\0 & 30\end{pmatrix}$$ M1A1

$$=\begin{pmatrix}30 & 232,5\\0 & 30\end{pmatrix}$$ A1

[6]

(c) $r(10)$

$=\begin{pmatrix}1 & 0,5\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}$

$+\cdots+\begin{pmatrix}1 & 0,5\cdot 2^{10-1}\\0 & 1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}10 & 0,5+1+\cdots+0,5\cdot 2^{9}\\0 & 10\end{pmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$=\begin{pmatrix}10 & \dfrac{0,5(1-2^{10})}{1-2}\\0 & 10\end{pmatrix}$ M1A1

$=\begin{pmatrix}10 & \dfrac{1023}{2}\\0 & 10\end{pmatrix}$ A1

[4]

6. (a) $\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 25x \\ \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v \end{cases}$ A1

[1]

(b) (i) $\begin{cases} v_{n+1} = v_n + 0,2\left.\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right|_{(t_n,\, v_n,\, x_n)} \\ x_{n+1} = x_n + 0,2\left.\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{(t_n,\, v_n,\, x_n)} \\ t_{n+1} = t_n + 0,2 \end{cases}$ (M1) por enfoque válido

$t_0 = 0$, $v_0 = 0$, $x_0 = 1$ (A1) por valores correctos

$t_1 = 0 + 0,2 = 0,2$

$v_1 = 0 + 0,2(25) = 5$ A1

(ii) $x_1 = 1 + 0,2(0) = 1$ A1

[4]

(c) (i) 2 cm A1

(ii) 16 cm A1

(iii) 4096 cm A1

[3]

(d) $\det(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{I})$

$= \begin{vmatrix} 0-\lambda & 25 \\ 1 & 0-\lambda \end{vmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$= (-\lambda)(-\lambda) - (25)(1)$

$= \lambda^2 - 25$ A1

[2]

(e) $\lambda_1 = -5$, $\lambda_2 = 5$ A2

[2]

(f) $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ A2

[2]

(g) $\mathbf{X} = Ae^{-5t}\begin{pmatrix}-5\\1\end{pmatrix} + Be^{5t}\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ A1

$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = Ae^{-5(0)}\begin{pmatrix}-5\\1\end{pmatrix} + Be^{5(0)}\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ M1

$\begin{cases}0 = -5A + 5B\\ 1 = A + B\end{cases}$

Al resolver este sistema, $A = 0,5$ y $B = 0,5$. A1

Por lo tanto, la solución particular de x viene dada por $x = 0,5e^{-5t} + 0,5e^{5t}$. AG

[3]

7. (a) $\mathbf{r}=\begin{pmatrix}5\\5\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-10\\10\\0\end{pmatrix}$ A2

[2]

(b) $-85=5-10p$ (M1) por ecuación

$-90=-10p$

$p=9$ A1

[2]

(c) El vector velocidad de B

$=\frac{1}{5}\left(\begin{pmatrix}-50\\50\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\0\\-50\end{pmatrix}\right)$ (M1) por enfoque válido

$=\begin{pmatrix}-10\\10\\10\end{pmatrix}\text{s}^{-1}$ A1

[2]

(d) $\mathbf{r}=\begin{pmatrix}0\\0\\-50\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-10\\10\\10\end{pmatrix}$ A2

[2]

(e) $\mathbf{r}_\text{A}=\begin{pmatrix}5-10t\\5+10t\\0\end{pmatrix}$, $\mathbf{r}_B=\begin{pmatrix}-10t\\10t\\-50+10t\end{pmatrix}$ (A1) por valores correctos

$\mathbf{r}_\text{A}-\mathbf{r}_B$

$=\begin{pmatrix}5-10t\\5+10t\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-10t\\10t\\-50+10t\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}5\\5\\50-10t\end{pmatrix}$ (A1) por valor correcto

$|\mathbf{r}_\text{A}-\mathbf{r}_B|=\sqrt{5^2+5^2+(50-10t)^2}$ (A1) por enfoque correcto

Considerando la gráfica de

$y=\sqrt{50+(50-10t)^2}$, el punto mínimo es

$(5{,}0000005;\ 7{,}0710678)$.

Por lo tanto, la distancia más corta es $7{,}07$. A1

[4]

(f) 5.00 segundos después del inicio del juego A1

[1]

Solución de Práctica de Prueba 3 de AI NS Set 1

1. (a) (i) $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{\text{DE}}{30}$ (M1) por razón de la tangente

$\text{DE} = 17{,}32050808 \text{ m}$

$\text{DE} = 17{,}3 \text{ m}$ A1

(ii) El área del triángulo ODE

$= \frac{(30)(17{,}32050808)}{2}$ A1

$= 259{,}8076212 \text{ m}^2$

$= 260 \text{ m}^2$ AG

(iii) $1{,}46$ A1

[4]

(b) (i) $\frac{(30)(\text{DE})}{2} = \frac{(30)(30)}{3}$ (M1) por ecuación

$\text{DE} = 20 \text{ m}$ A1

(ii) $\tan \text{D}\hat{\text{O}}\text{E} = \frac{20}{30}$ (M1) por razón de la tangente

$\text{D}\hat{\text{O}}\text{E} = 0{,}5880026035 \text{ rad}$

$\text{D}\hat{\text{O}}\text{E} = 0{,}588 \text{ rad}$ A1

(iii) $0{,}395 \text{ rad}$ A1

[5]

(c) (i) BD y CF son perpendiculares. A1

(ii) Las coordenadas requeridas

$= \left(\frac{20+30}{2}, \frac{30+20}{2}\right)$ (A1) por sustitución

$= (25, 25)$ A1

(iii) $(20, 20)$ A2

[5]

(d) $$\mathbf{M}=\begin{pmatrix}0&1&1&0&1&1\\1&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&1&0\\0&0&1&0&1&0\\1&0&1&1&0&1\\1&0&0&0&1&0\end{pmatrix}$$ A3

[3]

(e) $$\mathbf{M}+\mathbf{M}^2+\mathbf{M}^3=\begin{pmatrix}10&8&12&6&12&8\\8&4&8&4&6&4\\12&8&10&8&12&6\\6&4&8&4&8&4\\12&6&12&8&10&8\\8&4&6&4&8&4\end{pmatrix}$$ (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el número total de caminatas de una longitud máxima de 3, de C a E es 4. A1

[2]

(f) (i) $46{,}1$ A1

(ii) $54{,}1$ A1

[2]

(g) Por tres bordes cualquiera correctos A1
Por todos los bordes correctos A1

1. Elegir OA de distancia 30
2. Elegir AB de distancia 20
3. Elegir BC de distancia 10
4. Elegir CD de distancia 10
5. Elegir DE de distancia 20
6. Elegir EO de distancia 30

Por lo tanto, el límite superior requerido es $120\ \mathrm{m}$. A1

[3]

(h) Por dos bordes cualquiera correctos A1

Por todos los bordes correctos A1

1. Elegir BD de distancia $14{,}1$
2. Elegir AB de distancia 20
3. Elegir DE de distancia 20
4. Elegir OA de distancia 30

Por lo tanto, la distancia mínima de un árbol
De expansión después de eliminar el vértice
C es $84{,}1$. A1

El límite inferior requerido

$=84{,}1+10+10$

$=104{,}1\ \mathrm{m}$ A1

[4]

2. (a) (i) La probabilidad requerida

$$=\left(\frac{45+35+20}{300}\right)\left(\frac{45+35+20-1}{300-1}\right)$$ (M1) por enfoque válido

$$=\frac{33}{299}$$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$$=\frac{\left(\frac{45}{300}\right)\left(\frac{45-1}{300-1}\right)+\left(\frac{35}{300}\right)\left(\frac{35-1}{300-1}\right)+\left(\frac{20}{300}\right)\left(\frac{20-1}{300-1}\right)}{\frac{33}{299}}$$ M1A1

$$=\frac{71}{198}$$ A1

[5]

(b) (i) $H_0:\ p=0{,}18$ A1

(ii) $H_1:\ p>0{,}18$ A1

(iii) $\mathrm{P}(X\geq 7)$

$=1-\mathrm{P}(X\leq 6)$ (M1) por enfoque válido

$=0{,}148763448$

Por lo tanto, el valor p es $0{,}149$. A1

(iv) La hipótesis nula no se rechaza. A1

Pues valor $p>0{,}05$. R1

[6]

(c) (i) $48{,}6$ A1

(ii) $19{,}6$ A1

(iii) 385 A1

[3]

(d) (i) H_0: Los datos siguen una distribución normal con parámetros $\mathrm{N}(48,6;19,6126367^2)$. A1

(ii) $16,4$ A1

(iii) 2 A1

(iv) $\text{valor } p = 0,0004378451724$ (A1) por valor correcto

$\text{valor } p = 0,000438$ A1

(v) La hipótesis nula se rechaza. A1

Pues $\text{valor } p < 0,05$. R1

[7]

(e) (i) H_0: $\lambda = 11$ A1

(ii) H_1: $\lambda < 11$ A1

[2]

(f) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(X \leq 5 \mid \lambda = 11)$ (M1) por enfoque válido

$= 0,0375198141$

$= 0,0375$ A1

[2]

(g) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(X \geq 6 \mid \lambda = 7)$ (M1) por enfoque válido

$= 1 - \mathrm{P}(X \leq 5 \mid \lambda = 7)$

$= 0,6992917238$

$= 0,699$ A1

[2]

Solución de Práctica de Prueba 1 de AI NS Set 2

1.	(a)	(i)	40	A1	
		(ii)	1	A1	
		(iii)	0	A1	
					[3]
	(b)	La media del número de sandías			
		$=\dfrac{(0)(12)+(1)(10)+(2)(6)+(3)(5)+(4)(5)+(5)(2)}{12+10+6+5+5+2}$		(A1) por fórmula correcta	
		$=1,675$		A1	
					[2]
	(c)	Discretos		A1	
					[1]
2.	(a)	(i)	$3,5$	A1	
		(ii)	$9,5$	A1	
		(iii)	$2,5$	A1	
					[3]
	(b)	El periodo de d			
		$=\dfrac{360^{\circ}}{3^{\circ}}$		(M1) por enfoque válido	
		$=120\text{ minutos}$		A1	
					[2]
	(c)	$10:30\text{ am}$		A1	
					[1]

3. (a) (i) x_n A1

(ii) z_n A1

[2]

(b) El término requerido

$=100+(10-1)(200)$ (A1) por sustitución

$=1900$ A1

[2]

(c) La suma requerida

$=\dfrac{100(3^{10}-1)}{3-1}$ (A1) por sustitución

$=2952400$ A1

[2]

4. (a) (i) El radio requerido

$=\sqrt{(12-8)^2+(14-11)^2}$ (A1) por sustitución

$=5$ A1

(ii) El radio requerido

$=\sqrt{\left(6-\dfrac{41}{7}\right)^2+\left(2-\dfrac{57}{7}\right)^2}$ (A1) por sustitución

$=6{,}144518048$

$=6{,}14$ A1

[4]

(b) F A1

[1]

5. (a) Por TVM Solver:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{N}=? \\ \mathrm{I\%}=2,95 \\ \mathrm{PV}=120000 \\ \mathrm{PMT}=-2000 \\ \mathrm{FV}=0 \\ \mathrm{P/Y}=12 \\ \mathrm{C/Y}=12 \\ \mathrm{PMT:END} \end{array}}$$

(M1)(A1) por valores correctos

$\mathrm{N}=64,99449865$

Por lo tanto, el tiempo para pagar el préstamo es de 65 meses. A1

[3]

(b) La cantidad de intereses pagados

$=(2000)(65)-120000$ (M1)(A1) por sustitución

$=10000\$$ A1

[3]

6. (a) El costo requerido

$=\frac{1}{2}(100-90)^2+60$ (M1) por sustitución

$=110\$$ A1

[2]

(b) $C(x)\le 1310$

$\frac{1}{2}(x-90)^2+60\le 1310$ (M1) por inecuación

$\frac{1}{2}(x-90)^2-1250\le 0$

Considerando la gráfica de

$y=\frac{1}{2}(x-90)^2-1250$, $40\le x\le 140$.

$\therefore n=40$ A1

[2]

(c) El punto mínimo de la gráfica $C(x)$ es $(90, 60)$. (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el número requerido de chaquetas es 90. A1

[2]

7. (a) (i) $0,683$ A1

(ii) $0,954$ A1

[2]

(b) $\mathrm{P}(H < 2,82)$

$= 0,4372698598$ (A1) por valor correcto

$= 0,437$ A1

[2]

(c) $\mathrm{P}(H > r) = 0,28$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(H < r) = 0,72$

$r = 2,960739885$

$r = 2,96$ A1

[2]

8. (a) $\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 - 2(\mathrm{AB})(\mathrm{BC})\cos \mathrm{A\hat{B}C}$ (M1) por regla del coseno

$\mathrm{AC}^2 = 15^2 + 13,5^2 - 2(15)(13,5)\cos 98^\circ$ (A1) por sustitución

$\mathrm{AC} = 21,53172324 \text{ m}$

$\mathrm{AC} = 21,5 \text{ m}$ A1

[3]

(b) $\dfrac{\operatorname{sen} \mathrm{B\hat{A}C}}{\mathrm{BC}} = \dfrac{\operatorname{sen} \mathrm{A\hat{B}C}}{\mathrm{AC}}$ (M1) por regla del seno

$\dfrac{\operatorname{sen} \mathrm{B\hat{A}C}}{13,5} = \dfrac{\operatorname{sen} 98^\circ}{21,53172324}$ (A1) por sustitución

$\operatorname{sen} \mathrm{B\hat{A}C} = \dfrac{13,5 \operatorname{sen} 98^\circ}{21,53172324}$

$\mathrm{B\hat{A}C} = 38,38043409^\circ$

$\mathrm{B\hat{A}C} = 38,4^\circ$ A1

[3]

9. (a) $X \sim \text{Po}(3,3)$

$\text{P}(X < 3)$

$= \text{P}(X \leq 2)$ (M1) por enfoque válido

$= 0,3594264663$

$= 0,359$ A1

[2]

(b) $Y \sim \text{Po}(9,9)$ (M1) por enfoque válido

$\text{P}(Y = 10)$

$= 0,1250470764$

$= 0,125$ A1

[2]

(c) $\text{P}(Y < 14 \mid Y > 9)$

$= \dfrac{\text{P}(Y < 14 \cap Y > 9)}{\text{P}(Y > 9)}$ (A1) por sustitución

$= \dfrac{\text{P}(10 \leq Y \leq 13)}{1 - \text{P}(Y \leq 9)}$

$= \dfrac{0,4011438055}{0,5294984163}$ (A1) por enfoque correcto

$= 0,757592078$

$= 0,758$ A1

[3]

10. (a) $W = hk^x$

$\ln W = \ln(hk^x)$ (A1) por enfoque correcto

$\ln W = \ln h + \ln k^x$ (A1) por enfoque correcto

$\ln W = (\ln k)x + \ln h$ A1

[3]

(b) (i) $\ln h = -0,85$

$h = e^{-0,85}$ (M1) por enfoque válido

$h = 0,4274149319$

$h = 0,42741$ A1

(ii) $\ln k = 0,4$

$k = e^{0,4}$ (M1) por enfoque válido

$k = 1,491824698$

$k = 1,4918$ A1

[4]

11. (a) $3\mathbf{a}+2\mathbf{b}=\begin{pmatrix}2\\18\\19\end{pmatrix}$ A1

[1]

(b) (i) El componente requerido

$=\dfrac{(3\mathbf{a}+2\mathbf{b})\cdot(\mathbf{a})}{|\mathbf{a}|}$ (M1) por enfoque válido

$=\dfrac{(2)(2)+(18)(4)+(19)(3)}{\sqrt{2^2+4^2+3^2}}$ (A1) por sustitución

$=24,69747998$

$=24,7$ A1

(ii) El componente requerido

$=\dfrac{|(3\mathbf{a}+2\mathbf{b})\times\mathbf{b}|}{|\mathbf{b}|}$ (M1) por enfoque válido

$=\dfrac{\left|\begin{pmatrix}(18)(5)-(19)(3)\\(19)(-2)-(2)(5)\\(2)(3)-(18)(-2)\end{pmatrix}\right|}{\sqrt{(-2)^2+3^2+5^2}}$ (A1) por sustitución

$=\dfrac{\sqrt{33^2+(-48)^2+42^2}}{\sqrt{(-2)^2+3^2+5^2}}$

$=11,6494861$

$=11,6$ A1

[3]

12. (a) $\mathrm{E}(X)$

$=(3)(0,3)+(5)(0,1)+(7)(0,15)+(9)(0,45)$ (A1) por sustitución

$=6,5$ A1

[2]

(b) $\mathrm{E}(2X-5Y)$

$=2(6,5)-5(17)$ (A1) por sustitución

$=-72$ A1

[2]

(c) $\mathrm{Var}(2X-5Y)$

$=2^2\,\mathrm{Var}(X)+5^2\,\mathrm{Var}(Y)$

$=4(6,75)+25(3)$ (A1) por sustitución

$=102$ A1

[2]

13. (a) 700 A1

[1]

(b) $\mathrm{Var}(\bar{X})$

$= \dfrac{\mathrm{Var}(X)}{n}$

$= \dfrac{15{,}5}{320}$ (A1) por sustitución

$= \dfrac{31}{640}$ A1

[2]

(c) $\bar{X} \sim \mathrm{N}\left(700, \dfrac{31}{640}\right)$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(\bar{X} < 699{,}83)$

$= 0{,}2199303896$

$= 0{,}220$ A1

[2]

14. (a) El número requerido de leopardos

$= w(2)$ (A1) por enfoque correcto

$= 237\cos 0{,}5(2) + 850$ (A1) por sustitución

$= 978{,}0516465$

$= 978$ A1

[3]

(b) $\dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$

$= 237(-\mathrm{sen}\, 0{,}5t)(0{,}5) + 0$ (M1) por regla de la cadena

$= -118{,}5\,\mathrm{sen}\, 0{,}5t$ A1

[2]

(c) Considerando la gráfica de

$y = -118{,}5\,\mathrm{sen}\, 0{,}5t$, $\dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$ alcanza su máximo

por primera vez cuando $t = 9{,}4247780$. (A1) por valor correcto

El valor de n

$= (9{,}4247780)(30)$ (A1) por enfoque correcto

$= 282{,}74334$

$= 283$ A1

[3]

15. (a) $(2, 0)$ A1

[1]

(b) 2 A1

[1]

(c) $y = ((x+4)^2 - 36)^2$

$\Rightarrow x = ((y+4)^2 - 36)^2$ (M1) por intercambiar variables

$\sqrt{x} = (y+4)^2 - 36$

$(y+4)^2 = \sqrt{x} + 36$

$y + 4 = \sqrt{\sqrt{x} + 36}$

$y = \sqrt{\sqrt{x} + 36} - 4$ (M1) por enfoque válido

$\therefore f^{-1}(x) = \sqrt{\sqrt{x} + 36} - 4$ A1

[3]

16. (a) (i) $z_1^{\ 5}$

$= \left(\frac{1}{2}\text{cis}\frac{\pi}{10}\right)^5$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^5 \text{cis}\left(5\left(\frac{\pi}{10}\right)\right)$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{1}{32}\text{cis}\frac{\pi}{2}$ A1

(ii) 0 A1

[3]

(b) (i) $\frac{z_1^{\ 5}}{z_2}$

$= \left(\frac{1}{32}\text{cis}\frac{\pi}{2}\right) \div \left(\frac{1}{8}\text{cis}\frac{\pi}{4}\right)$

$= \left(\frac{1}{32} \div \frac{1}{8}\right)\text{cis}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{1}{4}\text{cis}\frac{\pi}{4}$ A1

(ii) $\frac{1}{4}e^{\frac{\pi}{4}\mathrm{i}}$ A1

[3]

17. (a) (i) $y = 2{,}02 \cdot 1{,}45^{x}$ A2

(ii) $R^2 = 0{,}8543621308$

$R^2 = 0{,}85436$ A1

[3]

(b) $SS_{res} = 7{,}102577562$

$SS_{res} = 7{,}10$ A2

[2]

(c) $R^2 = 1 - \dfrac{SS_{res}}{SS_{tot}}$

$0{,}8543621308 = 1 - \dfrac{7{,}102577562}{SS_{tot}}$ (A1) por sustitución

$\dfrac{7{,}102577562}{SS_{tot}} = 0{,}1456378692$

$SS_{tot} = 48{,}768755$

$SS_{tot} = 48{,}8$ A1

[2]

18. (a) $x > 4$ A1

[1]

(b)
$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + 0{,}05 \left.\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{(t_n,\, x_n,\, y_n)} \\ y_{n+1} = y_n + 0{,}05 \left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right|_{(t_n,\, x_n,\, y_n)} \\ t_{n+1} = t_n + 0{,}05 \end{cases}$$
(M1) por enfoque válido

$t_0 = 0$, $x_0 = 4{,}5$, $y_0 = 4{,}5$ (A1) por valores correctos

$t_1 = 0 + 0{,}05 = 0{,}05$

$y_1 = 4{,}5 + 0{,}05\big((4(4{,}5) - 16)(4{,}5)\big) = 4{,}95$ (A1) por valor correcto

Por lo tanto, el número aproximado de soldados del país Y es 4950. A1

[4]

Solución de Práctica de Prueba 2 de AI NS Set 2

1. (a) $7(98)+24f-2990=0$ — (M1) por ecuación

$24f=2304$

$f=96$ — A1

[2]

(b) $-\dfrac{7}{24}$ — A1

[1]

(c) (i) El gradiente de DE

$=-1\div-\dfrac{7}{24}$ — (M1) por enfoque válido

$=\dfrac{24}{7}$ — A1

(ii) La ecuación de DE:

$y-10=\dfrac{24}{7}(x-125)$ — M1A1

$7y-70=24(x-125)$ — A1

$7y-70=24x-3000$

$24x-7y-2930=0$ — AG

[5]

(d) $(146, 82)$ — A2

[2]

(e) Las coordenadas del punto medio de CD

$=\left(\dfrac{50+146}{2},\dfrac{110+82}{2}\right)$ — M1A1

$=(98, 96)$

Por lo tanto, F es el punto medio de CD. — AG

[2]

(f) La longitud de DE

$=\sqrt{(146-125)^2+(82-10)^2}$ — (A1) por sustitución

$=75$ — A1

[2]

(g) El área del triángulo CDE

$=\dfrac{(75)(100)}{2}$ (M1) por enfoque válido

$=3750\ \mathrm{m}^2$ A1

[2]

(h) El área total

$=3750+\dfrac{(\mathrm{BC}+\mathrm{AE})(\mathrm{AB})}{2}$ (M1)(A1) por enfoque correcto

$=3750+\dfrac{(40+115)(100)}{2}$ (A1) por sustitución

$=11500\ \mathrm{m}^2$ A1

[4]

2. (a) $H_1:\ \mu_1 > \mu_2$ A1

[1]

(b) $\text{valor } p = 0{,}0231895114$ (A1) por valor correcto

$\text{valor } p = 0{,}0232$ A1

[2]

(c) La hipótesis nula se rechaza. A1

Pues $\text{valor } p < 0{,}05$. R1

[2]

(d) (i) La probabilidad requerida

$= \left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right)$ (A1) por fórmula correcta

$= \frac{1}{9}$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$= \left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right) + \left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{7}{9}\right) + \left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right)$ (A1) por fórmula correcta

$= \frac{11}{18}$ A1

[4]

(e) H_1: La edad y la preferencia de lectura no son independientes. A1

[1]

(f) 4 A1

[1]

(g) $\chi^2_{calc} = 53{,}64204545$ (A1) por valor correcto

$\chi^2_{calc} = 53{,}6$ A1

[2]

(h) La hipótesis nula se rechaza. A1

Pues $\chi^2_{calc} > 13{,}277$. R1

[2]

3.	(a)	$f'(x) = -3x^2 + b(2x) - 432(1) + 0$	(A1) por derivadas correctas	
		$f'(x) = -3x^2 + 2bx - 432$		
		$f'(8) = 0$	(M1) por ecuación	
		$\therefore -3(8)^2 + 2b(8) - 432 = 0$	(A1) por sustitución	
		$16b = 624$		
		$b = 39$	A1	
				[4]
	(b)	(i) 984	A1	
		(ii) $(18, 1484)$	A2	
				[3]
	(c)	$8 < x < 18$	A2	
				[2]
	(d)	(i) $984 < k < 1484$	A2	
		(ii) $k \leq 984$ o $k \geq 1484$	A2	
				[4]
	(e)	$C(x) = -x^3 + 39x^2 - 432x + 2456$		
		$C(8) = 984$		
		$C(25)$		
		$= -25^3 + 39(25)^2 - 432(25) + 2456$	A1	
		$= 406$		
		$C(8) > C(25)$	R1	
		Por lo tanto, el costo medio alcanza su mínimo cuando se fabrican 25000 relojes inteligentes.	AG	
				[2]
	(f)	$C(x) \leq 984$	(M1) por inecuación	
		$-x^3 + 39x^2 - 432x + 2456 \leq 984$		
		$-x^3 + 39x^2 - 432x + 1472 \leq 0$		
		Considerando la gráfica de $y = -x^3 + 39x^2 - 432x + 1472$, $x = 8$ o $x \geq 23$.		
		Por lo tanto, el rango de valores de x es $x = 8$ o $23 \leq x \leq 25$.	A2	
				[3]

4. (a) La velocidad inicial

$= v(0)$

$= -0,5(0-5)^3$ (M1) por sustitución

$= 62,5 \text{ ms}^{-1}$ A1

[2]

(b) $v(t) = -13,5$ (M1) por ecuación

$-0,5(t-5)^3 = -13,5$

$(t-5)^3 = 27$

$t-5 = 3$ (A1) por enfoque correcto

$t = 8$ A1

[3]

(c) La distancia total recorrida

$= \int_0^{10} |v(t)| \, \mathrm{d}t$ (M1) por enfoque válido

$= \int_0^{10} \left|-0,5(t-5)^3\right| \mathrm{d}t$ (A1) por sustitución

$= 156,25 \text{ m}$ A1

[3]

(d) $a(t) = v'(t)$

$a(t) = -0,5(3)(t-5)^2(1)$ (A1) por enfoque correcto

$a(t) = -1,5(t-5)^2$ A1

[2]

(e) $v(t) \geq 0$ y $a(t) \geq 0$

Considerando las gráficas de $y = -0,5(t-5)^3$ y

$y = -1,5(t-5)^2$, $0 \leq t \leq 5$ y $t = 5$. R2

$\therefore t = 5$ A1

[3]

(f) $s(t) = \int v(t) \mathrm{d}t$

$s(t) = \int -0,5(t-5)^3 \mathrm{d}t$ (A1) por enfoque correcto

$s(t) = -0,125(t-5)^4 + C$ A1

$-78 = -0,125(0-5)^4 + C$ (M1) por sustitución

$C = 0,125$

$\therefore s(t) = -0,125(t-5)^4 + 0,125$ A1

[4]

5. (a) $L_1:\begin{cases} x=3+2t \\ y=6-6t \\ z=9-2t \end{cases}$, $L_2:\begin{cases} x=1+3s \\ y=-2-2s \\ z=3+s \end{cases}$ M1

$9-2t=3+s$

$s=6-2t$

$3+2t=1+3s$

$\therefore 3+2t=1+3(6-2t)$ M1

$3+2t=19-6t$

$8t=16$

$t=2$

$\therefore s=6-2(2)=2$ A1

$\begin{cases} x=3+2(2)=7 \\ y=6-6(2)=-6 \\ z=9-2(2)=5 \end{cases}$ M1

Por lo tanto, las coordenadas de C son
$(7,-6,5)$. AG

[4]

(b) $(3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k})\cdot\mathbf{k}=|3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}||\mathbf{k}|\cos\theta$ (M1) por enfoque válido

$(3)(0)+(-2)(0)+(1)(1)=(\sqrt{3^2+(-2)^2+1^2})(1)\cos\theta$ (A1) por enfoque correcto

$1=\sqrt{14}\cos\theta$

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{14}}$

$\theta=1,300246564\text{ rad}$

$\theta=1,30\text{ rad}$ A1

[3]

(c) (i) $\vec{CA} = 6\mathbf{i} - 18\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$ A1

(ii) $\vec{CB} = 9\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ A1

(iii) El área requerido

$= \frac{1}{2}\left|\vec{CA} \times \vec{CB}\right|$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix} (-18)(3) - (-6)(-6) \\ (-6)(9) - (6)(3) \\ (6)(-6) - (-18)(9) \end{pmatrix}\right|$ (A1) por sustitución

$= \frac{1}{2}\left|-90\mathbf{i} - 72\mathbf{j} + 126\mathbf{k}\right|$

$= \frac{1}{2}\sqrt{(-90)^2 + (-72)^2 + 126^2}$

$= 85,38149682$

$= 85,4$ A1

[5]

(d) 171 A1

[1]

6. (a) El circuito euleriano no existe. A1
Pues no todos los vértices son de grado par. R1

[2]

(b) BC A1

[1]

(c) Por tres bordes cualesquiera correctos A1
Por todos los bordes correctos A1

1. Elegir BC de peso 6
2. Elegir BG de peso 10
3. Elegir GE de peso 11
4. Elegir EF de peso 9
5. Elegir AB de peso 17
6. Elegir ED de peso 19

Por lo tanto, el árbol mínimo de distribución es un árbol que contiene BC, BG, GE, EF, AB y ED. A1

[3]

(d) 72 A1

[1]

(e) Por tres bordes cualesquiera correctos A1
Por todos los bordes correctos A1

1. Elegir GB de peso 10
2. Elegir BC de peso 6
3. Elegir CD de peso 21
4. Elegir DE de peso 19
5. Elegir EF de peso 9
6. Elegir FA de peso 18
7. Elegir AG de peso 26

Por lo tanto, el límite superior requerido es 109. A1

[3]

(f) Por tres bordes cualesquiera correctos A1

Por todos los bordes correctos A1

1. Elegir BC de peso 6
2. Elegir EF de peso 9
3. Elegir AB de peso 17
4. Elegir AF de peso 18
5. Elegir DE de peso 19

Por lo tanto, el peso mínimo de un árbol de expansión después de eliminar el vértice G es 69. A1

El límite inferior requerido

$=69+10+11$

$=90$ A1

[4]

7. (a) El polinomio característico de $\mathbf{M}$

$$= \det(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{I})$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{5}{3} - \lambda & \frac{4}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} - \lambda \end{vmatrix}$$ (M1) por enfoque válido

$$= \left(\frac{5}{3} - \lambda\right)\left(-\frac{1}{3} - \lambda\right) - \left(\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= -\frac{5}{9} - \frac{4}{3}\lambda + \lambda^2 + \frac{8}{9}$$

$$= \lambda^2 - \frac{4}{3}\lambda + \frac{1}{3}$$ A1

[2]

(b) $\lambda_1 = \frac{1}{3}$, $\lambda_2 = 1$ A2

[2]

(c) $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ A2

[2]

(d) (i) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ A1

(ii) $\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ A2

[3]

(e) $\mathbf{M}^n$

$$=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\left(\frac{1}{3}\right)^n & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}^{-1}$$

$$=\begin{pmatrix}\left(\frac{1}{3}\right)^n & 1\\ -\left(\frac{1}{3}\right)^n & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}^{-1}$$ A1

$$=\begin{pmatrix}\left(\frac{1}{3}\right)^n & 1\\ -\left(\frac{1}{3}\right)^n & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$$ (A1) por enfoque correcto

$$=\begin{pmatrix}-\left(\frac{1}{3}\right)^n+2 & -2\left(\frac{1}{3}\right)^n+2\\ \left(\frac{1}{3}\right)^n-1 & 2\left(\frac{1}{3}\right)^n-1\end{pmatrix}$$ A1

[3]

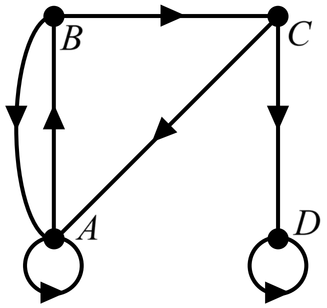
(f) $\lim_{n\to\infty} g(n)=2$ A1

[1]

Solución de Práctica de Prueba 3 de AI NS Set 2

1. (a) Por el número correcto de bordes A1
Por el número correcto de bucles A1
Por direcciones correctas A2

[4]



(b) La suma de la columna representa el grado de salida del vértice correspondiente. A1

[1]

(c) (i) $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ A2

(ii) $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ A2

[4]

(d) (i) El jugador definitivamente está en el estado A antes de lanzar la moneda por primera vez. R1

(ii) $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,25 \\ 0,25 \\ 0 \end{pmatrix}$ A2

(iii) Hay cuatro escenarios en los que el Jugador estará en el estado A después de que la moneda sea lanzada tres veces:
Por dos escenarios cualesquiera correctos R1
Por todos los escenarios correctos R1
1. Conseguir tres cruces consecutivas
2. Obtener una cara seguida de dos cruces consecutivas
3. Obtener caras y cruces alternativamente, comenzando con una cruz
4. Obtener dos caras consecutivas seguidas de una cruz
Además, la probabilidad para cada escenario es $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$, $\alpha_1 = 4\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2}$. R1

(iv) $\alpha_2 : \alpha_3 : \alpha_4 = 2:1:1$ A1

[7]

(e) Sea $\mathbf{v}=\begin{pmatrix} e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix}$ el vector de probabilidad de estado estacionario, donde $e+f+g+h=1$.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix}$$ M1

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}e+\frac{1}{2}f+\frac{1}{2}g \\ \frac{1}{2}e \\ \frac{1}{2}f \\ \frac{1}{2}g+h \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix}$$ A1

$\frac{1}{2}g+h=h$

$g=0$

$\frac{1}{2}f=0$

$f=0$

$\frac{1}{2}e=0$

$e=0$ A1

$0+0+0+h=1$ M1

$h=1$

Por tanto, el vector de probabilidad de estado estacionario es $\mathbf{v}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. AG

[4]

(f) (i) La probabilidad requerida

$$=(1)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3$$ M1

$$=\frac{2}{81}$$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$$=\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3$$ M1A2

$$=\frac{52}{2187}$$ A1

(iii) La probabilidad requerida

$$=1-\left(\frac{1}{3}\right)^3-\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3-\frac{2}{81}$$

$$-(1)^2\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3-\frac{52}{2187}$$ M1A2

$$=\frac{1892}{2187}$$ A1

[10]

2.	(a)	(i)	$0,212$	A1	
		(ii)	$\bar{W} \sim \mathrm{N}\left(300, \frac{10^2}{12}\right)$	A1	
			La probabilidad requerida		
			$= \mathrm{P}(\bar{W} < 292)$		
			$= 0,002791866$	(A1) por valor correcto	
			$= 0,00279$	A1	
					[4]
	(b)	(i)	$6000\ \mathrm{g}$	A1	
		(ii)	La varianza requerida		
			$= 20(10^2)$	(A1) por sustitución	
			$= 2000\ \mathrm{g}^2$	A1	
		(iii)	La probabilidad requerida		
			$= 0,0126736174$	(A1) por valor correcto	
			$= 0,0127$	A1	
					[5]
	(c)	(i)	$H_0:\ \rho = 0$	A1	
		(ii)	$H_1:\ \rho < 0$	A1	
		(iii)	valor $p = 0,009830306$	(A1) por valor correcto	
			valor $p = 0,00983$	A1	
		(iv)	La hipótesis nula se rechaza.	A1	
			Pues valor $p < 0,05$.	R1	
					[6]
	(d)	(i)	$a = -1,533333333$		
			$a = -1,53$	A1	
			$b = 510,7333333$		
			$b = 511$	A1	
		(ii)	a representa el aumento promedio de la velocidad máxima de un cangrejo al caminar cuando su peso aumenta en 1 gramo.	A1	
					[3]

(e)	(i)	$H_0: \mu = 300$	A1
	(ii)	$H_1: \mu \neq 300$	A1
	(iii)	$z = -1.16$	A1
	(iv)	valor $p = 0,2452782275$	(A1) por valor correcto
		valor $p = 0,245$	A1
	(v)	La hipótesis nula no se rechaza.	A1
		Pues valor $p > 0,1$.	R1

[7]

Solución de Práctica de Prueba 1 de AI NS Set 3

1. (a) $260-100=(31-11)d$ — (M1) por enfoque válido

$160=20d$

$d=8$

Por lo tanto, la diferencia común es 8. — A1

[2]

(b) $u_{11}=100$

$\therefore u_1+(11-1)(8)=100$ — (A1) por ecuación correcta

$u_1=20$ — A1

[2]

(c) S_{51}

$=\frac{51}{2}\left[2(20)+(51-1)(8)\right]$ — (A1) por sustitución

$=11220$ — A1

[2]

2. (a) 4 — A1

[1]

(b) El rango intercuartil

$=6-2,5$ — (M1) por enfoque válido

$=3,5$ — A1

[2]

(c) La probabilidad requerida

$=\frac{8}{12}$ — (M1) por enfoque válido

$=\frac{2}{3}$ — A1

[2]

3. (a) $\cos A\hat{C}B = \dfrac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2(AC)(BC)}$ (M1) por regla del coseno

$\cos A\hat{C}B = \dfrac{54^2 + 54^2 - 35^2}{2(54)(54)}$ (A1) por sustitución

$\cos A\hat{C}B = 0,789951989$

$A\hat{C}B = 37,81897498^\circ$

$A\hat{C}B = 37,8^\circ$ A1

[3]

(b) El área requerida

$= \dfrac{1}{2}(AC)(BC)\,\text{sen}\,A\hat{C}B$ (M1) por fórmula del área

$= \dfrac{1}{2}(54)(54)\,\text{sen}\,37,81897498^\circ$ (A1) por sustitución

$= 893,999965\ \text{cm}^2$

$= 894\ \text{cm}^2$ A1

[3]

4. (a) $P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 1$ M1

$\therefore 5k^2 + (k^2 + 6k) + (k^2 + k) + k^2 = 1$ A1

$8k^2 + 7k - 1 = 0$

$(k+1)(8k-1) = 0$ A1

$k = -1$ (*Rechazada*) o $k = \dfrac{1}{8}$ AG

[3]

(b) $P(X = 2 \mid X \le 2)$

$= \dfrac{P(X = 2 \cap X \le 2)}{P(X \le 2)}$

$= \dfrac{P(X=2)}{P(X \le 2)}$ (M1) por enfoque válido

$= \dfrac{\left(\frac{1}{8}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{8}\right)}{5\left(\frac{1}{8}\right)^2 + \left(\left(\frac{1}{8}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{8}\right)\right)}$ (A1) por sustitución

$= \dfrac{49}{54}$ A1

[3]

5. (a) $y=5$ A1

[1]

(b) (i) $\left(5,\frac{7}{2}\right)$ A1

(ii) $k(5)+2\left(\frac{7}{2}\right)-47=0$ (M1) por sustitución

$5k=40$

$k=8$ A1

(iii) $8x+2(5)-47=0$ (M1) por sustitución

$8x=37$

$x=\frac{37}{8}$

Por lo tanto, las coordenadas requeridas son $\left(\frac{37}{8},5\right)$. A1

[5]

6. (a) $y=\frac{8}{7}$ A2

[2]

(c) $\left\{y: y\neq\frac{8}{7}, y\in\mathbb{R}\right\}$ A1

[1]

(d) $f(x)>g(x)$

$\frac{1-8x}{2-7x}>\frac{1}{2}x^2$

$\frac{1-8x}{2-7x}-\frac{1}{2}x^2>0$ M1

Considerando la gráfica de $y=\frac{1-8x}{2-7x}-\frac{1}{2}x^2$,

$-1,439727<x<0,1239131$ o $\frac{2}{7}<x<1,6015283$.

$\therefore -1,44<x<0,124$ o $\frac{2}{7}<x<1,60$ A2

[3]

7. (a) Sea $r\%$ la tasa de interés nominal anual compuesto mensualmente.

$$(1+r\%)^6 = \left(1+\frac{9}{(100)(12)}\right)^{(12)(6)}$$ (A1) por sustitución

$1+r\% = 1{,}0075^{12}$

$r = 9{,}380689767$ (A1) por valor correcto

La tasa de interés real por año

$= 9{,}380689767\% - i\%$

$= (9{,}38069 - i)\%$ A1

[3]

(b) $$89000\left(1+\frac{9{,}38069-i}{100}\right)^6 = 118000$$ (M1) por ecuación

$$89000\left(1+\frac{9{,}38069-i}{100}\right)^6 - 118000 = 0$$ (A1) por enfoque correcto

Considerando la gráfica de

$$y = 89000\left(1+\frac{9{,}38069-i}{100}\right)^6 - 118000,$$

$i = 4{,}5676461$.

Por lo tanto, $i = 4{,}57$. A1

[3]

8. (a) El volumen

$= \pi r^2 h$

$= \pi(4)^2(15)$ (A1) por sustitución

$= 240\pi \text{ cm}^3$ A1

[2]

(b) El área de superficie total

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 2\pi(4)^2 + 2\pi(4)(15)$ (A1) por sustitución

$= 152\pi \text{ cm}^2$ A1

[2]

(c) 26 A1

[1]

9. (a) $f'(x)$

$= 0 + 9(2x) + 2(3x^2)$ (A1) por enfoque correcto

$= 18x + 6x^2$ A1

[2]

(b) $f'(x) = 0$

$18x + 6x^2 = 0$

$6x(3 + x) = 0$ (A1) por factorización

$x = 0$ o $x = -3$ A1

[2]

(c) (i) $f''(x) = 18 + 12x$ A1

(ii) $f''(-3)$

$= 18 + 12(-3)$

$= -18 < 0$ R1

Por lo tanto, f alcanza su máximo local en $x = -3$.

Por lo tanto, la coordenada x del máximo local de f es -3. A1

(iii) 57 A1

[4]

10. (a) H_0: Los datos siguen una distribución de Poisson con media de 3. A1

[1]

(b) $36{,}9$ A1

[1]

(c) 5 A1

[1]

(c) $26{,}3$ A2

[2]

(d) Se rechaza la hipótesis nula. A1

Pues $\chi^2_{calc} > 11{,}070$. R1

[2]

11. (a) $\log\frac{1}{8}+\log\frac{1}{125}$

$=\log\left(\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{125}\right)$ (A1) por fórmula correcta

$=\log\frac{1}{1000}$

$=\log 10^{-3}$ (A1) por enfoque correcto

$=-3$ A1

[3]

(b) $\ln e^{\frac{10}{3}}-\ln\sqrt[6]{e}$

$=\ln\frac{e^{\frac{10}{3}}}{e^{\frac{1}{6}}}$ (A1) por fórmula correcta

$=\ln e^{\frac{10}{3}-\frac{1}{6}}$

$=\ln e^{\frac{19}{6}}$ (A1) por enfoque correcto

$=\frac{19}{6}$ A1

[3]

12. (a) Una estimación no sesgada

$=\frac{700+698+\cdots+641}{12}$ (A1) por enfoque correcto

$=663\text{ g}$ A1

[2]

(b) s_{n-1}

$=\sqrt{\frac{(700-663)^2+(698-663)^2+\cdots+(641-663)^2}{12-1}}$ (A1) por enfoque correcto

$=31{,}53353194\text{ g}$

$=31{,}5\text{ g}$ A1

[2]

(c) Intervalo de confianza del 99%:

$(634{,}73;\,691{,}27)$ A2

[2]

13. (a) $g(x) = -f(x)$ (M1) por enfoque válido

$g(x) = -((x+1)^2 + 3)$

$g(x) = -(x+1)^2 - 3$ A1

[2]

(b) (i) $1 - p = -10$ (M1) por traslación

$p = 11$ A1

(ii) $-3 + q = 0$ (M1) por traslación

$q = 3$ A1

[4]

14. (a) $X \sim \mathrm{Po}(1,75)$

$\mathrm{P}(X \geq 3)$

$= 1 - \mathrm{P}(X \leq 2)$ (M1) por enfoque válido

$= 1 - 0,7439696955$

$= 0,2560303045$

$= 0,256$ A1

[2]

(b) $Y \sim \mathrm{Po}(12,25)$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(Y \leq 14)$

$= 0,7489477707$

$= 0,749$ A1

[2]

(c) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(X \leq 2)^7$ (M1) por enfoque válido

$= 0,7439696955^7$

$= 0,1261498443$

$= 0,126$ A1

[2]

15. (a) Considerando la gráfica de

$y = -x^3 + 17x^2 - 86x + 112$, $x = 2$, $x = 7$ o $x = 8$. (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, las intersecciones con en eje y

son 2, 7 y 8. A2

[3]

(b) El área total de la región

$= \int_2^8 \left| -y^3 + 17y^2 - 86y + 112 \right| \mathrm{d}y$ (A1) por enfoque correcto

$= 73{,}83333519$

$= 73{,}8$ A1

[2]

16. (a) (i) $152{,}6$ A1

(ii) $150{,}6$ A1

(iii) $168{,}3$ A1

[3]

(b) SS_{res}

$= (33\sqrt{24} - 160)^2 + (33\sqrt{26} - 160)^2$
$+ (33\sqrt{28} - 173)^2$ (A1) por enfoque correcto

$= 73{,}75362941$

$= 73{,}8$ A1

[2]

(c) Modelo 2 A1

[1]

17. (a) $\mathbf{A}$

$= (\mathbf{A}^{-1})^{-1}$ (M1) por enfoque válido

$$= \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$\therefore p = 2$, $q = 1$ A2

[3]

(b) $\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 3 \\ x - 7y - 12z = 5 \\ x + 3y + 8z = 9 \end{cases}$ se puede expresar como

$\begin{cases} 0,4x + 0,2y + 0,2z = 0,3 \\ 0,1x - 0,7y - 1,2z = 0,5 \\ 0,1x + 0,3y + 0,8z = 0,9 \end{cases}$. (M1) por enfoque válido

$$\mathbf{A}^{-1}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,5 \\ 0,9 \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{A}\begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,5 \\ 0,9 \end{pmatrix}$ M1

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5,4 \\ 2,9 \end{pmatrix}$$

$\therefore x = 2$, $y = -5,4$, $z = 2,9$ A3

[5]

18. (a) $\operatorname{sen} 5x + \cos 4x = 0$

Considerando la gráfica de $y = \operatorname{sen} 5x + \cos 4x$,

$x = 0{,}5235988$ o $x = 1{,}2217305$.

$\therefore x = 0{,}524$ o $x = 1{,}22$ A2

[2]

(b) $\operatorname{sen} 10x + \cos 8x$ está formada por una compresión horizontal de $\operatorname{sen} 5x + \cos 4x$ con factor de escala 2. R1

Por lo tanto, todavía existen dos raíces reales distintas cuando el rango de x se reduce a la mitad al mismo tiempo. R1

Por lo tanto, la afirmación es incorrecta. A1

[3]

(c) 6 A1

[1]

Solución de Práctica de Prueba 2 de AI NS Set 3

1. (a) $a = 5,6$ A1

$b = 34,8$ A1

[2]

(b) La dureza estimada

$= 5,6(6,3) + 34,8$ (A1) por sustitución

$= 70,08$ A1

[2]

(c) La probabilidad requerida

$= \frac{120 - 56}{120}$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{8}{15}$ A1

[2]

(d) (i) Sea X el número de lingotes seleccionados de la dureza de al menos 65, donde $X \sim \mathrm{B}\left(10, \frac{8}{15}\right)$.

La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(X = 5)$ (M1) por enfoque válido

$= 0,2406733955$

$= 0,241$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(X < 4)$ (M1) por enfoque válido

$= 0,1226252054$

$= 0,123$ A1

(iii) $\frac{16}{3}$ A1

[5]

(d)	(i)	$H_1: \ \mu_1 \neq \mu_2$	A1
	(ii)	$\text{valor } p = 0{,}0741679182$	(A1) por valor correcto
		$\text{valor } p = 0{,}0742$	A1
	(iii)	La hipótesis nula no se rechaza.	A1
		Pues $\text{valor } p > 0{,}05$.	R1

[5]

2. (a) $P(0)=116$

$\therefore a+b\times c^{0}=116$ (M1) por ecuación

$a+b=116$ A1

[2]

(b) $P(1)=172$

$\therefore a+b\times c^{-1}=172$ (M1) por ecuación

$a+\frac{b}{c}=172$ A1

[2]

(c) (i) $\log_c 81=4$

$\therefore c^{4}=81$ M1

$c^{4}=3^{4}$ A1

$c=3$ AG

(ii) El sistema es $\begin{cases} a+b=116 \\ a+\frac{1}{3}b=172 \end{cases}$. (M1) por enfoque válido

Resolviendo, tenemos $a=200$ y

$b=-84$. A2

[5]

(d) El número de elefantes

$=200-84\times 3^{-3}$ (M1) por sustitución

$=196,8888889$

$=197$ A1

[2]

(e) 200 A1

[1]

(f) $200-84\times 3^{-t}>195$ (M1) por inecuación

$5-84\times 3^{-t}>0$

Considerando la gráfica de $y=5-84\times 3^{-t}$,

$t=2,5681297$.

Por lo tanto, el número de años necesarios

es $2,57$ años. A1

[2]

(g) Considerando las gráficas de $y = 200 - 84 \times 3^{-t}$, $y = 170$, $y = 180$ y $y = 190$, y alcanza 170, 180 y 190 en $t_1 = 0,9372$, $t_2 = 1,3062702$ y $t_3 = 1,9372$ respectivamente. M1A1

$\because 2(t_2 - t_1)$

$= 2(1,3062702 - 0,9372)$

$= 0,7381404$

$\neq t_3 - t_2$ R1

Por lo tanto, la afirmación no es correcta. A1

[4]

3. (a) (i) $(4, 8)$ A2

(ii) $\{y : 4 \le y \le 8,\ y \in \mathbb{R}\}$ A2

[4]

(b) $f'(x)$

$= -0,25(2x) + 2(1) + 0$ (A1) por derivadas correctas

$= -0,5x + 2$ A1

[2]

(c) $f'(x) = -1$ M1

$\therefore -0,5x + 2 = -1$ A1

$-0,5x = -3$

$x = 6$ A1

$f(6)$

$= -0,25(6)^2 + 2(6) + 4$ M1

$= 7$

Por lo tanto, las coordenadas de P son $(6, 7)$. AG

[4]

(d) La ecuación de la tangente:

$y - 7 = -1(x - 6)$ (A1) por sustitución

$y - 7 = -x + 6$

$x + y - 13 = 0$ A1

[2]

(e) (i) 4 A1

(ii) $5,75$ A1

[2]

(f) La estimación de $\int_0^8 f(x)\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{2}(1)\left[4 + 4 + 2\begin{pmatrix} 5,75 + 7 + 7,75 \\ +8 + 7,75 + 7 + 5,75 \end{pmatrix}\right]$ (A2) por sustitución

$= 53$ A1

[3]

(g) Subestimado A1

[1]

4. (a) El periodo de W_2

$= \dfrac{2\pi}{2\pi}$ (M1) por enfoque válido

$= 1\text{ s}$ A1

[2]

(b) $W_1 + W_2$

$= 11\cos(2\pi t - 0,1) + 13\cos(2\pi t - 0,3)$

$= \mathrm{Re}(11e^{(2\pi t - 0,1)\mathrm{i}}) + \mathrm{Re}(13e^{(2\pi t - 0,3)\mathrm{i}})$ (M1) por enfoque válido

$= \mathrm{Re}(11e^{(2\pi t - 0,1)\mathrm{i}} + 13e^{(2\pi t - 0,3)\mathrm{i}})$ (A1) por enfoque correcto

$= \mathrm{Re}(e^{2\pi t\mathrm{i}}(11e^{-0,1\mathrm{i}} + 13e^{-0,3\mathrm{i}}))$

$\therefore z + w = 11e^{-0,1\mathrm{i}} + 13e^{-0,3\mathrm{i}}$ A1

[3]

(c) (i) $z = 11e^{-0,1\mathrm{i}}$

$z = 11(\cos(-0,1) + \mathrm{i}\,\mathrm{sen}\,(-0,1))$ A1

(ii) $w = 13e^{-0,3\mathrm{i}}$

$w = 13(\cos(-0,3) + \mathrm{i}\,\mathrm{sen}\,(-0,3))$ A1

[2]

(d) (i) $z + w$

$= 11(\cos(-0,1) + \mathrm{i}\,\mathrm{sen}\,(-0,1))$

$+13(\cos(-0,3) + \mathrm{i}\,\mathrm{sen}\,(-0,3))$

$= (11\cos(-0,1) + 13\cos(-0,3))$

$+\mathrm{i}(11\,\mathrm{sen}\,(-0,1) + 13\,\mathrm{sen}\,(-0,3))$ (M1) por enfoque válido

$z + w = 23,36442018 - 4,93993027\mathrm{i}$ (A1) por valores correctos

L

$= \sqrt{23,36442018^2 + (-4,93993027)^2}$ M1

$= 23,88093468$

$= 23,9$ A1

(ii) α

$= \tan^{-1}\dfrac{-4,93993027}{23,36442018}$ M1

$= -0,2083610278$

$= -0,208$ A1

[6]

(e) $W_1 + W_2$

$= \mathrm{Re}(e^{2\pi t \mathrm{i}}(z+w))$

$= \mathrm{Re}(e^{2\pi t \mathrm{i}} \cdot 23{,}88093468 e^{-0{,}2083610278\mathrm{i}})$ (M1) por sustitución

$= \mathrm{Re}(23{,}88093468 e^{2\pi t \mathrm{i} - 0{,}2083610278\mathrm{i}})$ (A1) por enfoque correcto

$= 23{,}88093468 \cos(2\pi t - 0{,}2083610278)$

$= 23{,}9 \cos(2\pi t - 0{,}208)$ A1

[3]

5. (a) El camino euleriano no existe. A1
Pues hay más de dos vértices de grado impar. A1

[2]

(b) $$\mathbf{M}=\begin{pmatrix}0&1&0&0&0&1&1\\1&0&1&0&0&0&1\\0&1&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&1&0&1\\0&0&0&1&0&1&1\\1&0&0&0&1&0&1\\1&1&1&1&1&1&0\end{pmatrix}$$ A2

[2]

(c) $$\mathbf{M}^4=\begin{pmatrix}24&18&23&18&23&18&32\\18&24&18&23&18&23&32\\23&18&24&18&23&18&32\\18&23&18&24&18&23&32\\23&18&23&18&24&18&32\\18&23&18&23&18&24&32\\32&32&32&32&32&32&60\end{pmatrix}$$ (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el número total de caminatas de longitud 4 de D a A es 18. A1

[2]

(d) Por tres aristas cualesquiera correctas A1
Por todas las aristas correctas A1

1. Elegir AF de peso 50
2. Elegir BC de peso 52
3. Elegir AG de peso 53
4. Elegir DE de peso 54
5. Elegir CG de peso 58
6. Elegir EF de peso 59

Por lo tanto, el árbol mínimo de expansión es un árbol que contiene a AF, BC, AG, DE, CG y EF. A1

[3]

(e) 326 A1

[1]

(f) Para todas las aristas correctas A2

1. Elegir ED de peso 54
2. Elegir DC de peso 61
3. Elegir CB de peso 52
4. Elegir BA de peso 63
5. Elegir AF de peso 50
6. Elegir FG de peso 57
7. Elegir GE de peso 61

Por lo tanto, un límite superior del peso total de un ciclo que pasa por los siete vértices es 398. AG

[2]

(g) Por tres aristas cualesquiera correctas A1

Por todas las aristas correctas A1

1. Elegir AF de peso 50
2. Elegir BC de peso 52
3. Elegir AG de peso 53
4. Elegir CG de peso 58
5. Elegir CD de peso 61

Por lo tanto, el peso mínimo de un árbol de expansión después de eliminar E es 274. A1

El límite inferior requerido

$= 274 + 54 + 59$

$= 387$ A1

[4]

6. (a) (i) $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$

$$=\begin{pmatrix}0\\-\pi\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\pi\\0\\\pi\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-\pi\\-\pi\\-\pi\end{pmatrix}$$ A1

La ecuación vectorial de BD:

$$\mathbf{r}=\begin{pmatrix}\pi\\0\\\pi\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-\pi\\-\pi\\-\pi\end{pmatrix}$$ A1

(ii) $$\begin{cases}x=\pi-\pi t\\ y=-\pi t\\ z=\pi-\pi t\end{cases}$$ A1

$$\overrightarrow{\mathrm{CE}}=\begin{pmatrix}\pi-\pi t\\-\pi t\\\pi-\pi t\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\pi\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{CE}}=\begin{pmatrix}-\pi t\\-\pi t\\\pi-\pi t\end{pmatrix}$$ A1

(iii) $\overrightarrow{\mathrm{CE}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BD}} = 0$

$\therefore (-\pi t)(-\pi) + (-\pi t)(-\pi)$
$+(\pi - \pi t)(-\pi) = 0$ M1

$\pi^2 t + \pi^2 t - \pi^2 + \pi^2 t = 0$

$3\pi^2 t = \pi^2$

$t = \frac{1}{3}$ A1

$$\therefore \begin{cases} x = \pi - \pi\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}\pi \\ y = -\pi\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}\pi \\ z = \pi - \pi\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}\pi \end{cases}$$ M1

Por lo tanto, las coordenadas de E son $\left(\frac{2}{3}\pi, -\frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi\right)$. AG

[7]

(b) (i) $\overrightarrow{\mathrm{BA}} = \begin{pmatrix} -\pi \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ A1

(ii) $\mathbf{w}$

$= \overrightarrow{\mathrm{BA}} \times \overrightarrow{\mathrm{BD}}$

$= \begin{pmatrix} -\pi \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\pi \\ -\pi \\ -\pi \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} (0)(-\pi) - (0)(-\pi) \\ (0)(-\pi) - (-\pi)(-\pi) \\ (-\pi)(-\pi) - (0)(-\pi) \end{pmatrix}$ (A1) por sustitución

$= \begin{pmatrix} 0 \\ -\pi^2 \\ \pi^2 \end{pmatrix}$ A1

(iii) $\begin{pmatrix} 0 \\ -\pi^2 \\ \pi^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -\pi^2 \\ \pi^2 \end{pmatrix} \right| \left| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right| \cos\theta$ (M1) por enfoque válido

$(0)(1)+(-\pi^2)(1)+(\pi^2)(2)$
$=(\sqrt{0^2+(-\pi^2)^2+(\pi^2)^2})(\sqrt{1^2+1^2+2^2})\cos\theta$ A1

$\pi^2 = \sqrt{12\pi^4}\cos\theta$ (A1) por enfoque correcto

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{12}}$

$\theta = 1,277953555 \text{ rad}$

Por lo tanto, el ángulo agudo requerido es $1,28 \text{ rad}$. A1

[7]

7. (a) $\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 7v - 10x \\ \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v \end{cases}$ A1

[1]

(b) $\det(\mathbf{M} - \lambda \mathbf{I})$

$= \begin{vmatrix} 7-\lambda & -10 \\ 1 & 0-\lambda \end{vmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$= (7-\lambda)(-\lambda) - (-10)(1)$

$= -7\lambda + \lambda^2 + 10$

$= \lambda^2 - 7\lambda + 10$ A1

[2]

(c) $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 5$ A2

[2]

(d) $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{5} \end{pmatrix}$ A2

[2]

(e) $\mathbf{X} = Ae^{2t}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} + Be^{5t}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{5} \end{pmatrix}$ (A1) por enfoque correcto

$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = Ae^{2(0)}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} + Be^{5(0)}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{5} \end{pmatrix}$ (M1) por sustitución

$\begin{cases} 3 = A + B \\ 0 = \frac{1}{2}A + \frac{1}{5}B \end{cases}$

Resolviendo este sistema, $A = -2$ y $B = 5$. (A1) por valores correctos

$\therefore v = -2e^{2t} + 5e^{5t}$ y $x = -e^{2t} + e^{5t}$. A2

[5]

Solución de Práctica de Prueba 3 de AI NS Set 3

1. (a) (i) $42,3\text{ s}$ A1

(ii) $1,47\text{ s}^2$ A1

[2]

(b) $\mathrm{P}(P_1+P_2+P_3<40,5)$

$=0,0688229545$ (A1) por valor correcto

$=0,0688$ A1

[2]

(c) (i) La varianza requerida

$=\dfrac{0,7^2}{5}$ (A1) por enfoque correcto

$=0,098\text{ s}^2$ A1

(ii) La varianza requerida

$=\dfrac{0,55^2}{5}$ (A1) por enfoque correcto

$=0,0605\text{ s}^2$ A1

[4]

(d) (i) $\overline{P}-\overline{Q}\sim \mathrm{N}\left(14,1-14,9,\dfrac{0,7^2}{5}+\dfrac{0,55^2}{5}\right)$ A2

$\mathrm{P}(\overline{P}-\overline{Q}>0)$ M1

$=0,0222451001$ (A1) por valor correcto

$=0,0222$ A1

(ii) $\mathrm{P}(-0,2<\overline{P}-\overline{Q}<0,2)$ M1

$=0,0598891201$ (A1) por valor correcto

$=0,0599$ A1

[8]

(e) (i) Una estimación no sesgada

$$=\frac{13,9+14,7+13,5+14,0+14,2}{5}$$ (A1) por enfoque correcto

$=14,06\text{ s}$ A1

(ii) s_{n-1}

$$=\sqrt{\frac{(13,9-14,06)^2+(14,7-14,06)^2+\cdots+(14,2-14,06)^2}{5-1}}$$ (A1) por enfoque correcto

$=0,4393176527\text{ s}$

$=0,439\text{ s}$ A1

[4]

(f) 95% de intervalo de confianza:

$(13,515;14,605)$ A2

[2]

(g) (i) $H_0:\ \mu_d=0$ A1

(ii) $H_1:\ \mu_d>0$ A1

(iii) $\text{valor } p=0,7875667907$ (A1) por valor correcto

$\text{valor } p=0,788$ A1

(iv) $-0,868$ A1

(v) La hipótesis nula no se rechaza. A1

Pues $\text{valor } p>0,05$. R1

[7]

2. (a) (i) $(10, -10)$ A1

(ii) 50 A1

[2]

(b) (i) $\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix}$

$= A_3 \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix}$ (M1) por sustitución

$= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^3 \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix}$ A1

$= \begin{pmatrix} 80 \\ -80 \end{pmatrix}$ A1

(ii) El área requerida

$= \dfrac{(80)(80)}{2}$ M1

$= 3200$ A1

(iii) $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix}$ M1A1

$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 2^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix}$ A1

$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \cdot 2^n \\ -10 \cdot 2^n \end{pmatrix}$ A1

$\therefore x_n - y_n$

$= 10 \cdot 2^n - (-10 \cdot 2^n)$

$= 20 \cdot 2^n$ A1

$= 5 \cdot 2^2 \cdot 2^n$ M1

$= 5 \cdot 2^{n+2}$ AG

[11]

(c) (i) $\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix}$

$= A_4 \begin{pmatrix} 0 \\ -10 \end{pmatrix}$ (M1) por sustitución

$$=\begin{pmatrix}1,1^4 & 0\\ 0 & 1,1^4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1,1^3 & 0\\ 0 & 1,1^3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1,1^2 & 0\\ 0 & 1,1^2\end{pmatrix}$$ A1

$$\begin{pmatrix}1,1^1 & 0\\ 0 & 1,1^1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ -10\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1,1^{10} & 0\\ 0 & 1,1^{10}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ -10\end{pmatrix}$$ M1A1

$$=\begin{pmatrix}0\\ -10\cdot 1,1^{10}\end{pmatrix}$$ A1

(ii) $y_n=-10\cdot 1,1^{1+2+\cdots+n}$ A1

$y_n<-375$

$\therefore -10\cdot 1,1^{1+2+\cdots+n}<-375$ (M1) por inecuación

$1,1^{1+2+\cdots+n}>37,5$

$1,1^{1+2+\cdots+n}-37,5>0$

$1,1^{\frac{n}{2}(n+1)}-37,5>0$ (A1) por inecuación correcta

Considerando la gráfica de

$y=1,1^{\frac{n}{2}(n+1)}-37,5$, $n>8,2351929$. (A1) por valor correcto

Por lo tanto, el menor valor de n es 9. A1

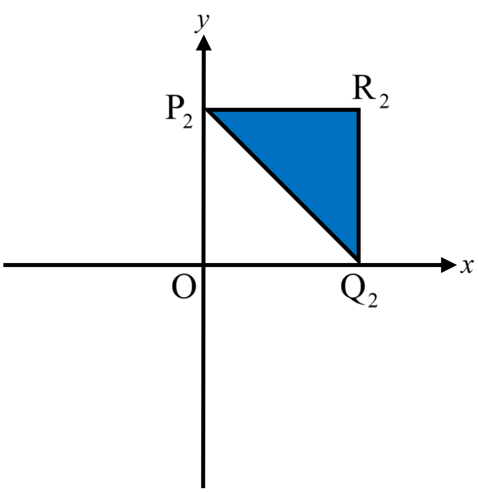
[10]

(d) (i) $$\begin{pmatrix}\cos 180^\circ & \operatorname{sen} 180^\circ\\ \operatorname{sen} 180^\circ & -\cos 180^\circ\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos 90^\circ & \operatorname{sen} 90^\circ\\ \operatorname{sen} 90^\circ & -\cos 90^\circ\end{pmatrix}$$ A1

(ii) Por cuadrante correcto A1

Por puntos correctos A1

[3]



Solución de Práctica de Prueba 1 de AI NS Set 4

1. (a) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\therefore 128\pi = \frac{1}{3}\pi r^2(6)$ — (A1) por ecuación correcta

$r^2 = 64$

$r = 8$

Por lo tanto, el radio requerido es 8 cm. — A1

[2]

(b) l

$= \sqrt{r^2 + h^2}$ — (M1) por enfoque válido

$= \sqrt{8^2 + 6^2}$

$= 10$

Por lo tanto, la altura de inclinación requerida es 10 cm. — A1

[2]

(c) El área total de superficie

$= \pi r^2 + \pi r l$

$= \pi(8)^2 + \pi(8)(10)$ — (A1) por sustitución

$= 144\pi\text{ cm}^2$ — A1

[2]

2. (a) (i) 20 horas — A1

(ii) 15 horas — A1

[2]

(b) 5 obreros trabajaron más de 30 horas. — (R1) por argumento correcto

Por lo tanto, $12{,}5\%$ de los obreros trabajaron por más de 30 horas.

$\therefore k = 30$ — A1

[2]

3.	(a)	(i)	c_n	A1	
		(ii)	b_n	A1	
					[2]
	(b)	(i)	$1,25$	A1	
		(ii)	$\frac{3125}{128}$	A1	
		(iii)	S_8		
			$=\frac{10(1,25^8-1)}{1,25-1}$	(A1) por sustitución	
			$=198,4185791$		
			$=198$	A1	
					[4]
4.	(a)	(i)	El radio		
			$=\sqrt{(10-6)^2+(12-14)^2}$	(A1) por sustitución	
			$=4,472135955$ km		
			$=4,47$ km	A1	
		(ii)	4 km	A1	
		(iii)	El edificio de apartamento en P	A1	
					[4]
	(b)	$x+y-20=0$		A2	
					[2]

5. (a) $\mathrm{E}(X) = 8,64$

$\therefore 0,72n = 8,64$ (A1) por ecuación correcta

$n = 12$ A1

[2]

(b) $\mathrm{Var}(X)$

$= (12)(0,72)(1-0,72)$ (A1) por sustitución

$= 2,4192$ A1

[2]

(c) $\mathrm{P}(X \geq 11)$

$= 1 - \mathrm{P}(X \leq 10)$ (A1) por sustitución

$= 0,1099809898$

$= 0,110$ A1

[2]

6. (a) Por TVM Solver:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{N} = 120 \\ \mathrm{I\%} = 4,5 \\ \mathrm{PV} = 0 \\ \mathrm{PMT} = -200 \\ \mathrm{FV} = ? \\ \mathrm{P/Y} = 12 \\ \mathrm{C/Y} = 1 \\ \mathrm{PMT:END} \end{array}}$$

(A2) por valores correctos

$\mathrm{FV} = 30095,13482$

Por lo tanto, el valor de la inversión después de diez años es $30100\$$. A1

[3]

(b) Por TVM Solver:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{N} = 144 \\ \mathrm{I\%} = 4,5 \\ \mathrm{PV} = 0 \\ \mathrm{PMT} = ? \\ \mathrm{FV} = 5 \times 30095,13482 \\ \mathrm{P/Y} = 12 \\ \mathrm{C/Y} = 1 \\ \mathrm{PMT:END} \end{array}}$$

(A2) por valores correctos

$\mathrm{PMT} = -794,6316652$

Por lo tanto, la nueva cantidad de depósito es $795\$$. A1

[3]

7. (a) x

$= -\dfrac{b}{2a}$

$= -\dfrac{100}{2(-1)}$ (A1) por sustitución

$= 50$ A1

[2]

(b) La altura máxima requerida

$= -50^2 + 100(50) - 1600$ A1

$= -2500 + 5000 - 1600$

$= 900 \text{ m}$ AG

[1]

(c) $V = 0$

$-x^2 + 100x - 1600 = 0$

$x = 20$ o $x = 80$ (A1) por valores correctos

La distancia horizontal requerida

$= 80 - 20$ (M1) por enfoque válido

$= 60 \text{ m}$ A1

[3]

8. (a) $\dfrac{\text{sen } \text{A}\hat{\text{C}}\text{B}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{sen } \text{A}\hat{\text{B}}\text{C}}{\text{AC}}$ (M1) por regla del seno

$\dfrac{\text{sen } \text{A}\hat{\text{C}}\text{B}}{13,9} = \dfrac{\text{sen } 60,8^\circ}{17,7}$ (A1) por sustitución

$\text{A}\hat{\text{C}}\text{B} = 43,27612856^\circ$

$\text{A}\hat{\text{C}}\text{B} = 43,3^\circ$ A1

[3]

(b) El área del triangulo ABC

$= \dfrac{1}{2}(\text{AB})(\text{AC}) \text{ sen } \text{B}\hat{\text{A}}\text{C}$ (M1) por fórmula del área

$= \dfrac{1}{2}(13,9)(17,7) \text{ sen } (180^\circ - 60,8^\circ - 43,27612856^\circ)$ (A1) por sustitución

$= 119,3212815 \text{ cm}^2$

$= 119 \text{ cm}^2$ A1

[3]

9. (a) $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \pi x^2 \cos \pi t$

$\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = \pi \cos \pi t \mathrm{d}t$ (M1) por enfoque válido

$\therefore \int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = \int \pi \cos \pi t \mathrm{d}t$ A1

[2]

(b) Sea $u = \pi t$.

$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \pi \Rightarrow \mathrm{d}u = \pi \mathrm{d}t$ A1

$\therefore \int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = \int \cos u \mathrm{d}u$ (A1) por enfoque correcto

$-\frac{1}{x} = \operatorname{sen} u + C$

$\frac{1}{x} = -\operatorname{sen} \pi t + C$ A1

[3]

(c) $\frac{1}{1} = -\operatorname{sen} 2,5\pi + C$ (M1) por sustitución

$1 = -1 + C$

$C = 2$ (A1) por valor correcto

$\therefore \frac{1}{x} = -\operatorname{sen} \pi t + 2$

$x = \frac{1}{-\operatorname{sen} \pi t + 2}$ A1

[3]

10. (a) Una estimación no sesgada

$= \overline{X}$ (A1) por enfoque correcto

$= \frac{18,95 + 25,15}{2}$

$= 22,05$ A1

[2]

(b) $25,15 - 18,95 = 2(1,959963986)\left(\frac{\sigma}{\sqrt{10}}\right)$ M1A1

$\sigma = 5,001653508$

$\sigma = 5,00$ A1

[3]

11. (a) $y = \sqrt{3-x}$

$\Rightarrow x = \sqrt{3-y}$ (M1) por intercambiar variables

$10 = \sqrt{3-y}$

$100 = 3 - y$

$y = -97$ (M1) por enfoque válido

$\therefore f^{-1}(10) = -97$ A1

[3]

(b) (i) 5 A1

(ii) $(f^{-1} \circ g^{-1})(\pi)$

$= f^{-1}(5)$

$5 = \sqrt{3-x}$ (M1) por enfoque válido

$25 = 3 - x$

$x = -22$

$\therefore f^{-1}(5) = -22$ A1

[3]

12. (a) (i) $a = 32$ A1

$b = 20{,}6$ A1

(ii) El número estimado de recargas de aceite

$= 32(2{,}5) + 20{,}6$ (A1) por sustitución

$= 100{,}6$ A1

[4]

(b) (i) $r = 0{,}9765724246$

$r = 0{,}977$ A1

(ii) $R^2 = 0{,}9536937004$

$R^2 = 0{,}954$ A1

(iii) 95,4% de la variabilidad de los datos se explica mediante el modelo de regresión. A1

[3]

13. (a) CE A1

[1]

(b) Por cualesquiera dos límites correctos A1

Por todos los límites correctos A1

1. Elegir BE de peso 22
2. Elegir DE de peso 24
3. Elegir AD de peso 10
4. Elegir AC de peso 20

Por lo tanto, el árbol de expansión mínimo es un árbol que contiene BE, DE, AD y AC. A1

[3]

(c) 76 A1

[1]

14. (a) (i) $H_0:\ p = 0,25$ A1

(ii) $H_1:\ p > 0,25$ A1

[2]

(b) $\mathrm{P}(X \geq 39) = 0,4193193762$ (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el valor p es $0,419$. A1

[2]

(c) La hipótesis nula no se rechaza. A1

Pues $\text{valor}\, p > 0,05$. R1

[2]

15. (a) $y = e^{5x}$

$\Rightarrow x = e^{5y}$ (M1) por intercambiar variables

$5y = \ln x$

$y = \frac{1}{5}\ln x$ (A1) por hacer el cambio

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{5}\ln x$ A1

[3]

(b) $\{y : y \in \mathbb{R}\}$ A1

[1]

(c) $(g \circ f)(x)$

$= g(f(x))$

$= (3 + \ln f(x))^2$

$= (3 + \ln e^{5x})^2$ (M1) por sustitución

$= (3 + 5x)^2$ (A1) por enfoque correcto

$= 25x^2 + 30x + 9$ A1

[3]

16. (a) Rotación en sentido antihorario de $\frac{5\pi}{6}$ radianes sobre el origen. A1

[1]

(b) $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{T}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{-1}\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ (A1) por enfoque correcto

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6,92820323 \\ -4 \end{pmatrix}$

Por tanto, las coordenadas de P son $(-6{,}93; -4)$. A1

[3]

(c) 12 A2

[2]

17. (a) $f'(x)$

$=\left(\frac{1}{x^2+4}\right)(2x)$ (M1) por regla de la cadena

$=\frac{2x}{x^2+4}$ A1

[2]

(b) $\frac{6}{13}$ A1

[1]

(c) $13x+my=39+m\ln 13$

$my=-13x+39+m\ln 13$

$y=-\frac{13}{m}x+\frac{39+m\ln 13}{m}$ (M1) por enfoque válido

$\therefore -\frac{13}{m}\times\frac{6}{13}=-1$ (A1) por ecuación correcta

$m=6$

$13x+6(0)=39+6\ln 13$ (M1) por sustitución

$x=3+\frac{6}{13}\ln 13$

Por lo tanto, la intersección con el eje x de la normal es $x=3+\frac{6}{13}\ln 13$. A1

[4]

18. (a) Considerando la gráfica de $y = \det(\mathbf{T} - \lambda\mathbf{I})$,

$\lambda = 0{,}42$ o $\lambda = 1$. (M1) por enfoque válido

$\therefore \lambda_1 = 0{,}42$, $\lambda_2 = 1$ A2

[3]

(b) $\mathbf{v}_{10}$

$= \begin{pmatrix} 0{,}73 & 0{,}31 \\ 0{,}27 & 0{,}69 \end{pmatrix}^{10} \begin{pmatrix} 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{pmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$= \begin{pmatrix} 0{,}5344597887 \\ 0{,}4655402113 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 0{,}534 \\ 0{,}466 \end{pmatrix}$ A1

[2]

(c) $\mathbf{v}$ es el vector propio de $\mathbf{T}$ correspondiente a

$\lambda_2 = 1$. (R1) por razonamiento correcto

$\therefore \mathbf{v} = \begin{pmatrix} \frac{31}{58} \\ \frac{27}{58} \end{pmatrix}$ A1

[2]

Solución de Práctica de Prueba 2 de AI NS Set 4

1. (a) El gradiente de L_1

$= \frac{40-0}{0-30}$ (A1) por sustitución

$= -\frac{4}{3}$ A1

[2]

(b) La ecuación de L_1:

$y-40 = -\frac{4}{3}(x-0)$ (A1) por sustitución

$3y-120 = -4x$

$4x+3y-120 = 0$ A1

[2]

(c) El gradiente de L_2

$= -1 \div -\frac{4}{3}$

$= \frac{3}{4}$ (A1) por valor correcto

La ecuación de L_2:

$y = \frac{3}{4}x$ A1

[2]

(d) $4x+3\left(\frac{3}{4}x\right)-120 = 0$ (M1) por sustitución

$6,25x = 120$

$x = 19,2$

$y = \frac{3}{4}(19,2)$ (M1) por sustitución

$y = 14,4$

Por lo tanto, las coordenadas de C son $(19,2; 14,4)$. A1

[3]

(e) El área del triángulo OBC

$= \dfrac{(40-0)(19,2-0)}{2}$ (M1) por enfoque válido

$= 384$ A1

[2]

(f) $\mathrm{BC} = \sqrt{(0-19,2)^2 + (40-14,4)^2}$ (A1) por sustitución

$\mathrm{BC} = 32$ (A1) por valor correcto

$\mathrm{OC} = \sqrt{(19,2-0)^2 + (14,4-0)^2}$

$\mathrm{OC} = 24$ (A1) por valor correcto

El perímetro del triángulo OBC

$= 24 + 32 + 40$

$= 96$ A1

[4]

(g) $\dfrac{3}{4}k$ A1

[1]

(h) $\dfrac{(\mathrm{BC})(\mathrm{CD})}{2} = 624$ (A1) por ecuación correcta

$32\mathrm{CD} = 1248$

$\mathrm{CD} = 39$ (A1) por valor correcto

$\therefore \sqrt{(k-19,2)^2 + \left(\dfrac{3}{4}k - 14,4\right)^2} = 39$ (A1) por ecuación correcta

$\sqrt{(k-19,2)^2 + \left(\dfrac{3}{4}k - 14,4\right)^2} - 39 = 0$

Considerando la gráfica de

$y = \sqrt{(k-19,2)^2 + \left(\dfrac{3}{4}k - 14,4\right)^2} - 39$, $k = -12$ o

$k = 50,4$ (*Rechazada*).

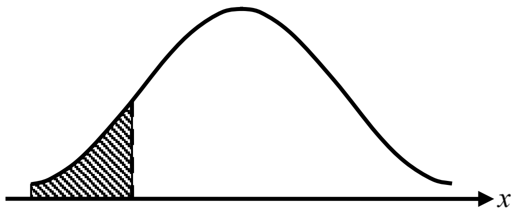
$\therefore k = -12$ A1

[4]

2. (a) Por una línea vertical claramente a la izquierda de la media A1

Por sombrear a la izquierda de la línea vertical A1

[2]



(b) (i) Sea X el volumen de un refresco de leche seleccionado al azar.

La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(X < 490)$ (M1) por enfoque válido

$= 0{,}105649839$

$= 0{,}106$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(X > 483 \mid X < 490)$ (M1) por enfoque válido

$$= \frac{\mathrm{P}(X > 483 \cap X < 490)}{\mathrm{P}(X < 490)}$$

$$= \frac{\mathrm{P}(483 < X < 490)}{\mathrm{P}(X < 490)}$$ (A1) por enfoque correcto

$= 0{,}8410480651$

$= 0{,}841$ A1

[5]

(c) La probabilidad requerida

$= 2 \times \mathrm{P}(X < 490) \times (1 - \mathrm{P}(X < 490))$ (M1) por enfoque válido

$= 2 \times 0{,}105649839 \times (1 - 0{,}105649839)$ (A1) por sustitución

$= 0{,}188975901$

$= 0{,}189$ A1

[3]

(d) (i) $0{,}327$ A2

(ii) $0{,}0803$ A2

(iii) $-1{,}29\$$ A2

[6]

3. (a) (i) $(6{,}67;\, 50{,}8)$ A2

(ii) $2 < x < 6{,}67$ A2

[4]

(b) (i) $f'(x) = -3x^2 + 13(2x) - 40(1) + 0$ (A1) por derivadas correctas

$f'(x) = -3x^2 + 26x - 40$ A1

(ii) 15 A1

(iii) La ecuación de la tangente:

$y - f(5) = 15(x-5)$ M1A1

$y - 36 = 15x - 75$ A1

$15x - y - 39 = 0$ AG

[6]

(c) (i) 9 A1

(ii) $\int_2^9 f(x)\mathrm{d}x$ A1

(iii) $\int_2^9 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{2401}{12}$ A2

[4]

(d) La estimación de $\int_2^9 f(x)\mathrm{d}x$

$$= \frac{1}{2}(1{,}75)\left[\begin{array}{l} f(2)+f(9) \\ +2(f(3{,}75)+f(5{,}5)+f(7{,}25)) \end{array}\right]$$ (A2) por sustitución

$$= \frac{1}{2}(1{,}75)\left[0+0+2\begin{pmatrix} 16{,}078125 \\ +42{,}875+48{,}234375 \end{pmatrix}\right]$$ (A1) por enfoque correcto

$= 187{,}578125$

$= 188$ A1

[4]

(e) Subestimado A1

[1]

4. (a) La distancia requerida

$=\sqrt{(12-0)^2+(5-0)^2}$ (A1) por sustitución

$=13$ A1

[2]

(b) $\mathbf{r}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$ A2

[2]

(c) El vector de velocidad

$=\frac{1}{2}\left(2\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}12\\5\end{pmatrix}\right)$ (M1) por enfoque válido

$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-2\\2,5\end{pmatrix}$ A1

[2]

(d) $\begin{pmatrix}8\\10\end{pmatrix}+x\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5,5\\17,5\end{pmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$8-x=5,5$

$x=2,5$ A1

[2]

(e) $\cos\theta=\frac{(4)(-1)+(5)(3)}{(\sqrt{4^2+5^2})(\sqrt{(-1)^2+3^2})}$ M1A1

$\cos\theta=0,5432512782$

$\theta=0,9964914966\text{ rad}$

Por lo tanto, el ángulo requerido es $0,996\text{ rad}$. A1

[3]

(f) $10+3t=31$ (M1) por enfoque válido

$3t=21$

$t=7$ (A1) por valor correcto

La cantidad de tiempo necesaria

$=7+2$

$=9\text{ s}$ A1

[3]

5. (a) $0 \le y < 6$ A1

[1]

(b) $\det(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{I})$

$= \begin{vmatrix} -6-\lambda & 0 \\ -1 & 5-\lambda \end{vmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$= (-6-\lambda)(5-\lambda) - (0)(-1)$

$= -30 + 6\lambda - 5\lambda + \lambda^2$

$= \lambda^2 + \lambda - 30$ A1

[2]

(c) $\lambda_1 = -6$, $\lambda_2 = 5$ A2

[2]

(d) $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{11} \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ A2

[2]

(e) (i) $\mathbf{X} = Ae^{-6t}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{11} \end{pmatrix} + Be^{5t}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (A1) por enfoque correcto

$\begin{pmatrix} 22 \\ 5 \end{pmatrix} = Ae^{-6(0)}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{11} \end{pmatrix} + Be^{5(0)}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (M1) por sustitución

$$\begin{cases} 22 = A \\ 5 = \frac{1}{11}A + B \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, $A = 22$ y
$B = 3$. (A1) por valores correctos

$\therefore x = 22e^{-6t}$ A1

(ii) $y = 2e^{-6t} + 3e^{5t}$ A1

[5]

(f) (i) La población del oso pardo tenderá a cero. A1

(ii) La población de panda gigante aumentará exponencialmente. A1

[2]

6. (a) V_2

$= V - V_1$

$= 29\,\text{sen}\,(6\pi t - 0,31) - 23\,\text{sen}\,(6\pi t - 0,17)$

$= \text{Im}(29e^{(6\pi t-0,31)\text{i}}) - \text{Im}(23e^{(6\pi t-0,17)\text{i}})$ (M1) por enfoque válido

$= \text{Im}(29e^{(6\pi t-0,31)\text{i}} - 23e^{(6\pi t-0,17)\text{i}})$ (A1) por enfoque correcto

$= \text{Im}(e^{6\pi t\text{i}}(29e^{-0,31\text{i}} - 23e^{-0,17\text{i}}))$

$\therefore z - w = 29e^{-0,31\text{i}} - 23e^{-0,17\text{i}}$ A1

[3]

(b) (i) $z = 29e^{-0,31\text{i}}$

$z = 29(\cos(-0,31) + \text{i}\,\text{sen}\,(-0,31))$ A1

(ii) $w = 23e^{-0,17\text{i}}$

$w = 23(\cos(-0,17) + \text{i}\sin(-0,17))$ A1

[2]

(c) (i) $z - w$

$= 29(\cos(-0,31) + \text{i}\,\text{sen}\,(-0,31))$

$-23(\cos(-0,17) + \text{i}\,\text{sen}\,(-0,17))$

$= (29\cos(-0,31) - 23\cos(-0,17))$

$+\text{i}(29\,\text{sen}\,(-0,31) - 23\,\text{sen}\,(-0,17))$ (M1) por enfoque válido

$= 4,949223888 - 4,955506428\text{i}$ (A1) por valores correctos

L

$= \sqrt{4,949223888^2 + (-4,955506428)^2}$ M1

$= 7,003703381$

$= 7,00$ A1

(ii) $\alpha = \tan^{-1}\dfrac{-4,955506428}{4,949223888}$ M1

$\alpha = -0,7860324602$

$\alpha = -0,786$ A1

[6]

(d) V_2

$= \text{Im}(e^{6\pi t\text{i}}(z - w))$

$= \text{Im}(e^{6\pi t\text{i}} \cdot 7,003703381e^{-0,7860324602\text{i}})$ (M1) por sustitución

$= \text{Im}(7,003703381e^{6\pi t\text{i}-0,7860324602\text{i}})$ (A1) por enfoque correcto

$= 7,003703381\,\text{sen}\,(6\pi t - 0,7860324602)$

$= 7,00\,\text{sen}\,(6\pi t - 0,786)$ A1

[3]

7. (a) (i) 5 A1

(ii) 4 A1

(iii) 4 A1

(iv) 43$ A1

(v) 61$ A1

[5]

(b) Por cuatro aristas cualesquiera correctas A1
Por ocho aristas cualesquiera correctas A1

1. Elegir HA de peso 12
2. Elegir AB de peso 22
3. Elegir BC de peso 14
4. Elegir CD de peso 15
5. Elegir DE de peso 16
6. Elegir EF de peso 18
7. Elegir FG de peso 24
8. Elegir GH de peso 17
9. Elegir HE de peso 20
10. Elegir EA de peso 25
11. Elegir AE de peso 25
12. Elegir EB de peso 10

Por lo tanto, una ruta posible contiene HA, AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HE, EA, AE y EB. A1

[3]

(c) 218$ A1

[1]

(d) (i) Por cinco aristas cualesquiera correctas A1
Por diez aristas cualesquiera correctas A1

1. Elegir BC de peso 14
2. Elegir CD de peso 15
3. Elegir DE de peso 16
4. Elegir EF de peso 18
5. Elegir FG de peso 24
6. Elegir GH de peso 17
7. Elegir HA de peso 12
8. Elegir AB de peso 22
9. Elegir BE de peso 10
10. Elegir EH de peso 20
11. Elegir HA de peso 12
12. Elegir AE de peso 25
13. Elegir EB de peso 10

Por lo tanto, una ruta posible contiene
BC, CD, DE, EF, FG, GH, HA, AB, BE,
EH, HA, AE y EB. A1

(ii) 215$ A1

[4]

Solución de Práctica de Prueba 3 de AI NS Set 4

1.	(a)	(i)	$26\ \mathrm{km}^2$	A1	
		(ii)	$\frac{1}{3}$	A1	
		(iii)	La ecuación requerida:		
			$y-6=\frac{1}{3}(x-4)$	(M1) por sustitución	
			$y-6=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$		
			$y=\frac{1}{3}x+\frac{14}{3}$	A1	
		(iv)	Cada posición en la celda Voronoi de R_3 tiene a R_3 como el depósito más cercano.	A1	
					[5]
	(b)	OF		A1	
					[1]

(c) (i) 14 A1

(ii) 8 A1

(iii) 2 A1

(iv) $$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ A5

[8]

(d) 116 A2

[2]

(e) (i) BEFGCIDOAHB A2

(ii) HBCIDOAEFG A2

(iii) Existe al menos un vértice de grado impar. R1

[5]

(f) (i) $7,66$ A1

(ii) $8,82$ A1

[2]

(g) Por tres aristas cualesquiera correctas A1
Por todas las aristas correctas A1

1. Elegir AE de distancia $5,66$
2. Elegir EF de distancia 2
3. Elegir FG de distancia $3,16$
4. Elegir GD de distancia 3
5. Elegir DO de distancia 7
6. Elegir OA de distancia 10

Por lo tanto, el límite superior requerido es $30,8$ km. A1

[3]

(h) Por dos aristas cualesquiera correctas A1

Por todas las aristas correctas A1

1. Elegir EF de distancia 2
2. Elegir GD de distancia 3
3. Elegir FG de distancia $3{,}16$
4. Elegir OF de distancia $5{,}66$

Por lo tanto, la distancia mínima de un árbol de expansión después de eliminar el vértice A es $13{,}8\ \mathrm{km}$. A1

El límite inferior requerido

$= 13{,}8 + 7{,}66 + 5{,}66$

$= 27{,}1\ \mathrm{km}$ A1

[4]

2. (a) (i) 340 g A1

(ii) 22 g^2 A1

(iii) $\mathrm{P}(321 < A_1 + O_1 + O_2 < 337)$

$= 0,2611900446$ (A1) por valor correcto

$= 0,261$ A1

[4]

(b) (i) 25 g A1

(ii) $\sqrt{94}\text{ g}$ A2

(iii) $\mathrm{P}(D < 0)$

$= 0,0049607822$ (A1) por valor correcto

$= 0,00496$ A1

[5]

(c) (i) $H_0:\ \mu = 120$ A1

(ii) $H_1:\ \mu < 120$ A1

(iii) $\text{valor } p = 0,0339445194$ (A1) por valor correcto

$\text{valor } p = 0,0339$ A1

(iv) Se rechaza la hipótesis nula. A1

Pues $\text{valor } p < 0,05$. R1

[6]

(d) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(\text{Rechazar } H_0 \mid \mu = 120)$ (M1) por enfoque válido

$= 0,0672405185$

$= 0,0672$ A1

[2]

(e) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(\text{No rechazar } H_0 \mid \mu = 119,6)$ (M1) por enfoque válido

$= 0,7728699518$

$= 0,773$ A1

[2]

(f) (i) $v=\sqrt{\frac{6}{n}}$ A1

(ii) $2(1,6449v)\leq 1,1$ M1A1

$\therefore 2(1,6449)\sqrt{\frac{6}{n}}\leq 1,1$

$3,2898\sqrt{\frac{6}{n}}-1,1\leq 0$ A1

Considerando la gráfica de

$y=3,2898\sqrt{\frac{6}{n}}-1,1$, $n\geq 53,666698$. (A1) por valor correcto

Por lo tanto, el menor valor de n es 54. A1

[6]